



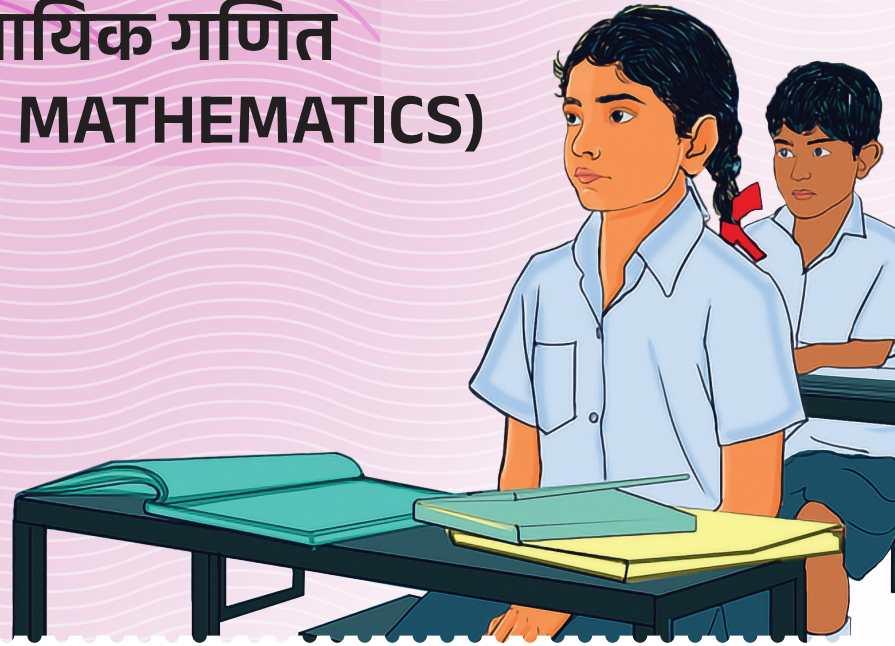
# प्रश्न बैंक-सह-उत्तर पुस्तक

Question Bank-Cum-Answer Book

2023

Class-12

व्यावसायिक गणित  
(BUSINESS MATHEMATICS)



झारखण्ड शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्, राँची

Jharkhand Council of Educational Research and Training, Ranchi

प्रश्न बैंक-सह-उत्तर पुस्तक  
Question Bank-Cum-Answer Book

Class - 12

व्यावसायिक गणित  
Business Mathematics



2023

---

झारखण्ड शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्, राँची  
Jharkhand Council of Educational Research and Training, Ranchi

© झारखंड शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्, राँची, झारखंड

### सर्वाधिकार सुरक्षित

- ◆ प्रकाशक की पूर्व अनुमति के बिना इस पुस्तक के किसी भाग को छापना तथा इलेक्ट्रॉनिकी, मशीनी, छायाप्रतिलिपि अथवा किसी अन्य विधि से पुनः प्रयोग द्वारा उसका संग्रहण अथवा प्रसारण वर्जित है।
- ◆ प्रकाशक की पूर्व अनुमति के बिना यह पुस्तक अपने मूल आवरण या जिल्द के साथ अथवा किसी अन्य प्रकार से व्यापार द्वारा उधारी या किराए पर न दी जाएगी, न बेची जाएगी।
- ◆ क्रय-विक्रय दण्डनीय अपराध

झारखंड शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्, राँची, झारखंड द्वारा प्रकाशित

## प्राक्कथन

बच्चों के लिए निर्धारित अधिगम प्रतिफल प्राप्त करने का मार्ग सरल एवं सुगम होना आवश्यक है। इस उद्देश्य को ध्यान में रखते हुए झारखंड शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्, राँची, झारखंड के द्वारा कक्षा 12 के सभी विषयों के लिए प्रश्न बैंक-सह-उत्तर पुस्तक का निर्माण बच्चों के अधिगम कौशल को सुगमतापूर्वक विकसित करने एवं झारखंड अधिविद्य परिषद् द्वारा आयोजित वार्षिक इंटरमीडिएट परीक्षा के लिए उन्हें तैयार करने के उद्देश्य से किया गया है। इस प्रश्न बैंक-सह-उत्तर पुस्तक में सरल भाषा एवं रुचिकर ढंग से विषय-वस्तु को स्पष्ट करते हुए प्रश्नोत्तर दिए गए हैं। इस प्रश्न बैंक-सह-उत्तर पुस्तक के माध्यम से बच्चों में न केवल ज्ञानजन्य प्रतिभा का विकास होगा बल्कि आज के इस प्रतियोगिता के दौर में भी वे अनुकूल सफलता पाएंगे। हमारे प्रयत्न की सफलता इस बात पर निर्भर करती है कि विद्यालय के शिक्षकवृन्द बच्चों की कल्पनाओं के साथ कितना जुड़ पाते हैं और विभिन्न प्रकार के प्रश्नोत्तरों को सीखने-सिखाने के दौरान अपने अनुभवों के साथ-साथ बच्चों के विचारों के साथ कैसे सामंजस्य बनाते हैं।

इस प्रश्न बैंक-सह-उत्तर पुस्तक में झारखंड अधिविद्य परिषद् द्वारा आयोजित वार्षिक इंटरमीडिएट परीक्षा में पूछे जाने वाले प्रश्नों के विविध प्रकारों यथा- बहुवैकल्पिक, अतिलघु उत्तरीय, लघु उत्तरीय एवं दीर्घ उत्तरीय प्रश्न आदि के अंतर्गत पर्याप्त मात्रा में प्रश्नोत्तर समाहित किए गए हैं ताकि इसके अध्ययन से छात्रों में ना केवल विषय-वस्तु की समझ विकसित हो बल्कि उन्हें सीखने के प्रतिफल की भी प्राप्ति हो, साथ ही वार्षिक इंटरमीडिएट परीक्षा के लिए उनकी अच्छी तैयारी हो सके और वे परीक्षा में बेहतर प्रदर्शन करते हुए सफलता प्राप्त कर सकें।

अंत में मैं इन पुस्तकों के लेखकों के प्रति आभार व्यक्त करता हूँ।

शुभकामनाओं के साथ।

के० रवि कुमार भा.प्र.से.

सचिव

स्कूली शिक्षा एवं साक्षरता विभाग, झारखण्ड

# भूमिका

प्रिय शिक्षक एवं विद्यार्थी,

जोहार !

हमें कक्षा 12 के विभिन्न विषयों के प्रश्न बैंक-सह-उत्तर पुस्तक से आपका परिचय कराने में प्रसन्नता हो रही है। इस प्रश्न बैंक-सह-उत्तर पुस्तक में झारखण्ड शैक्षिक अनुसन्धान एवं प्रशिक्षण परिषद्, राँची द्वारा प्रकाशित पाठ्यपुस्तकों के विषयवार एवं अध्यायवार अधिगम बिन्दुओं को समायोजित करते हुए झारखण्ड अधिविद्य परिषद् द्वारा आयोजित वार्षिक इंटरमीडिएट परीक्षा में पूछे जानेवाले प्रश्नों के विविध प्रकारों के अंतर्गत पर्याप्त मात्रा में प्रश्नों का समावेश किया गया है। इस विषय आधारित प्रश्न बैंक-सह-उत्तर पुस्तक के निर्माण का उद्देश्य शिक्षण अधिगम प्रक्रिया को और अधिक रुचिकर, सरल एवं प्रभावशाली बनाना तथा विद्यार्थियों को वार्षिक इंटरमीडिएट परीक्षा की तैयारियों में सहयोग प्रदान करना है, जिससे सकारात्मक रूप से छात्रों को सीखने के प्रतिफल प्राप्त हों और वार्षिक इंटरमीडिएट परीक्षा में वे बेहतर प्रदर्शन कर सकें। राज्य के विभिन्न जिलों से चयनित अनुभवी शिक्षकों के द्वारा इस प्रश्न बैंक-सह-उत्तर पुस्तक का निर्माण किया गया है।

इस प्रश्न बैंक-सह-उत्तर पुस्तक की प्रमुख विशेषताएँ यह हैं कि इनमें प्रश्नों के उत्तर को सरल भाषा में प्रस्तुत करते हुए वैचारिक समझ (Conceptual Understanding) विकसित करने पर जोर दिया गया है। साथ ही इन पुस्तकों में झारखण्ड अधिविद्य परिषद् द्वारा आयोजित वार्षिक इंटरमीडिएट परीक्षा – 2023 के प्रश्नोत्तर को भी समाहित किया गया है। इन पुस्तकों के माध्यम से न केवल विद्यार्थियों की प्रतिभा में निखार आएगा बल्कि वर्तमान समय के प्रतियोगिताओं के इस दौर में वे अनुकूल एवं अपेक्षित सफलता प्राप्त करने में भी सक्षम हो सकेंगे। आशा है कि यह प्रश्न बैंक-सह-उत्तर पुस्तक आपको पसंद आएगी एवं आपके लिए उपयोगी सिद्ध होगी।

शुभकामनाओं के साथ।

किरण कुमारी पासी भा.प्र.से.

निदेशक

झारखण्ड शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्  
राँची, झारखण्ड

## पाठकों से अनुरोध

---

इस प्रश्न बैंक-सह-उत्तर पुस्तक के निर्माण में काफी सावधानियाँ बरती गई हैं। इसके बावजूद यदि किसी प्रकार की अशुद्धियाँ मिलें या कोई सुझाव हो तो इस email ID :- [jcertquestionbank@gmail.com](mailto:jcertquestionbank@gmail.com) पर सूचित करें, ताकि अगले मुद्रण में इसे शुद्ध रूप से प्रस्तुत किया जा सके।

# प्रश्न बैंक—सह—उत्तर पुस्तक निर्माण समिति

## मुख्य संरक्षक

श्री के० रवि कुमार (भा.प्र.से.)

सचिव

स्कूली शिक्षा एवं साक्षरता विभाग, झारखण्ड

## संरक्षक

श्रीमती किरण कुमारी पासी (भा.प्र.से.)

निदेशक

झारखण्ड शैक्षिक अनुसन्धान एवं प्रशिक्षण परिषद्, राँची

## अवधारणा एवं मार्गदर्शन

श्री मुकुंद दास उपनिदेशक (प्र.) झारखण्ड शैक्षिक अनुसन्धान एवं प्रशिक्षण परिषद्, राँची	श्री बाँके बिहारी सिंह सहायक निदेशक (अ.) झारखण्ड शैक्षिक अनुसन्धान एवं प्रशिक्षण परिषद्, राँची	श्री मसुदी टुडू सहायक निदेशक (अ.) झारखण्ड शैक्षिक अनुसन्धान एवं प्रशिक्षण परिषद्, राँची
---	--	---

## समन्वय एवं निर्देशन

डॉ० नीलम रानी

संकाय सदस्य, जे.सी.ई.आर.टी., राँची

(टी.जी.टी., सामाजिक विज्ञान, राजकीयकृत उत्क्रमित उच्च विद्यालय पैतानो, जलडेगा, सिमडेगा)

## सहयोग

श्री मणिलाल साव

संकाय सदस्य, जे.सी.ई.आर.टी., राँची

(पी.जी.टी. जीव विज्ञान, के. एन. +2 उच्च विद्यालय हरनाद, कसमार, बोकारो)

# प्रश्न बैंक निर्माण-कार्य समिति

विपिन कुमार तिवारी

पीजीटी (वाणिज्य)

बी आई टी +2 उच्च विद्यालय, मेसरा, राँची

आशा दीप एक्का

पीजीटी (वाणिज्य)

जयपाल सिंह +2 उच्च विद्यालय, तैमारा, बुंड़ू, राँची

डॉ अमरेश कुमार

पीजीटी (वाणिज्य)

बालकृष्ण +2 उच्च विद्यालय, राँची

शैली सिन्हा

पीजीटी (वाणिज्य)

कस्तुरबा +2 उच्च विद्यालय, खरसीदाग, नामकुम, राँची



Jharkhandlab.com

# विषय सूची

<b>Part - A</b> व्यावसायिक गणित Business Mathematics		<b>Page No.</b>
Chapter – 1	समान्तर श्रेढी [(Arithmetic Progression (A.P.)]	3 – 6
Chapter – 2	गुणोत्तर श्रेढी [Geometric Progression (G.P.)]	7 – 10
Chapter – 3	हरात्मक श्रेढी [Harmonic Progression (H.P.)]	11 – 14
Chapter – 4	क्रमचय एवं संचय (Permutation and Combination)	15 – 17
Chapter – 5	सारणिक (Determinants)	18 – 23
Chapter – 6	आव्यूह (Matrices)	24 – 28
Chapter – 7	समुच्चय सिद्धांत (Set Theory)	29 – 35
Chapter – 8	अवकलन (Differentiation)	36 – 37
Chapter – 9	समाकलन (Integreation)	38 – 41
<b>Part - B</b> सांख्यिकी Statistics		
Chapter– 1	समान्तर माध्य (Arithmetic Mean)	45 – 49
Chapter – 2	माधिका (Median)	50 – 56
Chapter – 3	बहुलक (Mode)	57 – 60
Chapter – 4	गुणोत्तर माध्य (Geometric Mean)	61 – 66
Chapter – 5	हरात्मक माध्य (Harmonic Mean)	67 – 70
Chapter – 6	काल श्रेणी का विश्लेषण (Analysis of Time series)	71 – 75
Chapter – 7	प्रायिकता सिद्धान्त (Theory of Probability)	76 – 80
Chapter – 8	आन्तरगणन एवं बाह्यगणन (Interpolation and Extrapolation)	81 – 85
	Solved Paper of JAC Annual Intermediate Examination - 2023	86 – 95

Jharkhandlab.com

# PART - A

व्यावसायिक गणित

**Business Mathematics**

Jharkhandlab.com

## बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple choice question)

1.  $k$  के किस मान के लिए 2,  $3+k$  और 6 समांतर श्रेढी में हैं?  
If 2,  $3+k$ , 6 are in A.P, the value of  $k$  is-
- (a) 4 (b) 3  
(c) 1 (d) 2
2. 300 और 1000 के बीच कुल कितनी संख्याएँ 7 से विभाज्य हैं ?  
Find the numbers. between 300 and 1000 that are divisible by 7 ?
- (a) 101 (b) 301  
(c) 994 (d) 100
3. यदि 70,  $K$ , 100 AP में हो तो  $K$  का मान है-  
If 70,  $K$ , 100 are in AP, the value of  $k$  is-
- (a) 80 (b) 85  
(c) 90 (d) 95
4. समांतर श्रेणी 7,14, 21,... का 15 वाँ पद होगा-  
The 15th term of the A.P. 7, 14, 21,...is -
- (a) 98 (b) 91  
(c) 105 (d) 84
5. समांतर माध्य की गणना के लिए वर्गान्तर होने चाहिए-  
For the Calculation of arithmetic mean the class intervals should be -
- (a) अपवर्जी Exclusive  
(b) असमान unequal  
(c) समान Equal  
(d) सभी संभव हैं। all are possible
6. समांतर श्रेढी 20, 25, 30,.....100 में कितने पद हैं ?  
How many terms are there in A.P. 20, 25, 30 ,.....100?
- (a) 17 (b) 15  
(C) 20 (d) 10
7. समांतर श्रेढी 7, 13, 19,.....205 में कितने पद हैं?  
How many terms are there in the A.P. 7, 13,19, ..... 205?
- (a) 30 (b) 35  
(c) 34 (d) 31
8. समांतर श्रेणी 1, 4, 7 का कौन सा पद 55 होगा ?  
Which term of the A.P. 1, 4,7 is 55?
- (a) 10 (b) 12  
(C) 19 (d) 15
9. यदि 5,  $K$ ,11 AP में हों तो  $K$  का मान ज्ञात कीजिए ।  
Find the value of  $K$ , if 5,  $K$ , 11 are in A.P.
- (a) 0 (b) 5  
(c) 7 (d) 8
10. 72,70,68,66,.....का कौन सा पद 40 है ?  
Which term of the sequence 72, 70, 68,66,.....is 40?

- (a) 17<sup>th</sup> term 17वाँ पद  
 (b) 20<sup>th</sup> term 20वाँ पद  
 (c) 10<sup>th</sup> term 10वाँ पद  
 (d) 15<sup>th</sup> term 15वाँ पद

11. अनुक्रम 10, 5, 0, -5, -10,.....का 10 वाँ पद होगा-

The 10th term of the sequence 10,5, 0, -5, -10,...is-

- (a) 30 (b) 35  
 (c) -35 (d) 25

12. समान्तर श्रेणी 1,3,5,7,..... , 99 में कितने पद हैं?

How many terms are there in A.P. 1, 3,5, 7, ----, 99?

- (a) 40 (b) 30  
 (c) 50 (d) 45

13. निम्नलिखित श्रेणी का कौन - सा पद का मान 27 है ?

Which term will be 27 of the sequence 5,7,9,11,.....?

- (a) 13 वाँ 13<sup>th</sup>  
 (b) 12 वाँ 12<sup>th</sup>  
 (c) 11 वाँ 11<sup>th</sup>  
 (d) 10 वाँ 10<sup>th</sup>

14. समान्तर श्रेणी 31,29,27,..... का कौन सा पद 3 है ।

Which term of the series 31, 29, 27,.....is 3 ?

- (a) 15 (b) 10  
 (c) 12 (d) 20

ANSWER

- |        |        |        |
|--------|--------|--------|
| (1) c  | (2) d  | (3) b  |
| (4) c  | (5) c  | (6) a  |
| (7) c  | (8) c  | (9) d  |
| (10) a | (11) c | (12) c |
| (13) b | (14) a |        |

लघु उत्तरीय प्रश्न  
 (Short Answer type question)

1. निम्नलिखित श्रेणी का 9 पद तक जोड़ ज्ञात कीजिए  
 Find the sum of the following series upto 9th term

$$2\sqrt{3} + \frac{9}{\sqrt{3}} + \frac{12}{\sqrt{3}} + \dots$$

उत्तर :- दिए गए श्रेणी के पद A.P. में हैं ।

यहाँ Here,

first term प्रथम पद (a) =  $2\sqrt{3}$

पदान्तर (Common difference)

$$\begin{aligned} (d) &= \frac{9}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} \\ &= \frac{9-6}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$n = 9$$

अब, now,

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \\ &= \frac{9}{2}[2(2\sqrt{3}) + (9-1)\sqrt{3}] \\ &= \frac{9}{2}[4\sqrt{3} + 8\sqrt{3}] \end{aligned}$$

$$= \frac{9}{2}[12\sqrt{3}]$$

$$= 9(6\sqrt{3})$$

$$= 54\sqrt{3}$$

2. 15 को ऐसे तीन हिस्सों में बाँटिए जो, A.P. में हों और उनके वर्गों का योगफल 83 हो।

Divide 15 into three parts which are in A.P. and the sum of their squares is 83

उत्तर:— माना A.P. की तीन संख्याएँ  $\alpha - \beta, \alpha, \alpha + \beta$  है,

let the three numbers in A.P. are  $\alpha - \beta, \alpha, \alpha + \beta$

प्रश्न से From question,

$$\alpha - \beta, \alpha, \alpha + \beta = 15$$

$$\Rightarrow 3\alpha = 15$$

$$\Rightarrow \alpha = 5$$

फिर प्रश्न से

again from question

$$(\alpha - \beta)^2 + \alpha^2 + (\alpha + \beta)^2 = 83$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta + \alpha^2 + \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta = 83$$

$$\Rightarrow 3\alpha^2 + 2\beta^2 = 83$$

$$\Rightarrow 3(5)^2 + 2\beta^2 = 83$$

$$\Rightarrow 75 + 2\beta^2 = 83$$

$$\Rightarrow 2\beta^2 = 83 - 75$$

$$\Rightarrow 2\beta^2 = 8$$

$$\Rightarrow \beta^2 = 4 \quad \therefore \beta = \pm 2$$

जब, when

$$\alpha = 5 \text{ and } \beta = 2$$

तो, then

$$1^{\text{st}} \text{ no पहली संख्या} = \alpha - \beta = 5 - 2 = 3$$

$$2^{\text{nd}} \text{ no दूसरी संख्या} = \alpha = 5$$

$$3^{\text{rd}} \text{ no तीसरी संख्या} = \alpha + \beta = 5 + 2 = 7$$

तो अभीष्ट संख्याएँ 3, 5, 7 होगी।

desired numbers are 3, 5, 7

पुनः जब

$$\text{again when } \alpha = 5 \text{ and } \beta = -2$$

$$1^{\text{st}} \text{ no पहली संख्या} = \alpha - \beta = 5 - (-2) = 7$$

$$2^{\text{nd}} \text{ no दूसरी संख्या} = \alpha = 5$$

$$3^{\text{rd}} \text{ no तीसरी संख्या} = \alpha + \beta = 5 + (-2) = 3$$

तो अभीष्ट संख्याएँ 7, 5, 3, होगी।

desired numbers are 7, 5, 3

3. यदि किसी समान्तर श्रेणी का 8वाँ और 25वाँ पद क्रमशः 15 और 49 है, तो पहला पद और पदान्तर ज्ञात कीजिए।

If the 8<sup>th</sup> and 25<sup>th</sup> terms of an A.P. are 15 and 49 respectively, then find its first term and common difference

$$\text{उत्तर:—} \because T_n = a + (n-1)d$$

$$\therefore T_8 = a + (8-1)d$$

$$15 = a + 7d \quad (\because T_8 = 15)$$

$$\therefore a + 7d = 15 \dots\dots(i)$$

$$\text{अब now } T_{25} = a + (25-1)d$$

$$49 = a + 24d$$



$$\Rightarrow a + 24d = 49 \dots(ii) \quad (\because T_{25} = 49)$$

समी (ii) से समी: (i) को घटाने पर

subtract equation (ii) with equation (i)

$$a + 24d = 49$$

$$\underline{a + 7d = 15}$$

$$17d = 34$$

$$d = 2$$

d का मान समी (i) में रखने पर

putting the value of d in eq(i)

$$a + 7d = 15$$

$$\Rightarrow a + 7 \times 2 = 15$$

$$\Rightarrow a + 14 = 15$$

$$\Rightarrow a = 15 - 14$$

$$\Rightarrow a = 1$$

$\therefore a = 1$  और  $d = 2$

## बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple choice question)

- a तथा b का गुणोत्तर माध्य है  
Geometric mean of a and b is  
(a)  $\frac{a+b}{2}$  (b)  $ab^2$   
(c)  $\sqrt{ab}$   
(d) इनमें से कोई नहीं none of these
- 4 और 9 का गुणोत्तर माध्य है  
Geometric mean of 4 and 9 is  
(a) 6 (b) 7  
(c) 6.5 (d) 12
- G.P.  $\sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{3\sqrt{3}}, \dots$  का 9वाँ पद लिखिए।  
Write down the 9<sup>th</sup> term of G.P.  $\sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{3\sqrt{3}}, \dots$   
(a)  $\frac{\sqrt{3}}{3^6}$  (b)  $\frac{\sqrt{3}}{3^8}$   
(c)  $\frac{\sqrt{3}}{3^4}$   
(d) इनमें से कोई नहीं none of these
- G.P.  $2^2, 2^3, 2^4, \dots$  का सातवाँ पद क्या होगा?  
What is the 7<sup>th</sup> term of the G.P.  $2^2, 2^3, 2^4, \dots$   
(a) 250 (b) 256  
(c) 300 (d) 255
- किसी गुणोत्तर श्रेणी का पहला पद 5 तथा सार्व अनुपात -2 है। छठा पद क्या होगा ?  
The first term of a G.P. is 5 and the common ratio is -2 what is the 6<sup>th</sup> term ?  
(a) -100 (b) 100  
(c) -160 (d) 160
- यदि संख्याएँ 3, k, 48 गुणोत्तर श्रेणी में हैं तो k का मान ज्ञात कीजिए।  
Find the value of k if 3, k, 48 are in G.P.  
(a)  $\pm 12$  (b)  $\pm 10$   
(c) 10  
(d) इनमें से कोई नहीं none of these
- x के किस मान के लिए संख्याएँ x - 2, x, x + 3

गुणोत्तर श्रेणी में हैं।

For what value of x the number x-2, x, x + 3 are in G.P.

- (a) 6 (b) 12  
(c) 5 (d) 4
- यदि G.P. का तीसरा पद 8 हो तो G.P. के प्रथम पाँच पदों का गुणनफल है  
If the third term of a G.P. is 8, then the product of its first five terms is  
(a)  $8^2$  (b)  $8^5$   
(c) 8 (d)  $8^4$
  - यदि a, a + 1, a + 3, G.P. में हों तो a का मान है  
If a, a + 1, a + 3, are in G.P. then the value of a is  
(a) 1 (b) 4  
(c) 2 (d) 3
  - 4, 12, 36,..... पाँचवा पद है  
The fifth term of the sequence 4, 12, 36,..... is  
(a) 324 (b) 342  
(c) 345 (d) 354

## ANSWER

- (1) c (2) a (3) b  
(4) b (5) d (6) a  
(7) a (8) b (9) a  
(10) a

लघु उत्तरीय प्रश्न  
(Short Answer type question)

- एक गुणोत्तर श्रेणी का पहला पद 1 है तथा पहले तीन पदों का योग 13 है, सार्व अनुपात ज्ञात करें।  
First term of a geometric series is 1 and sum of first three terms is 13, find the common ration.  
उत्तर:-  $a = 1, s_3 = 13$   
 $\therefore s_3 = 13$   
 $\Rightarrow a + ar + ar^2 = 13$   
 $\Rightarrow 1 + 1 \times r + 1 \times r^2 = 13$   
 $\Rightarrow 1 + r + r^2 = 13$   
 $\Rightarrow r^2 + r = 13 - 1$   
 $\Rightarrow r^2 + r = 12$   
 $\Rightarrow r^2 + r - 12 = 0$   
 $\Rightarrow r^2 + 4r - 3r - 12 = 0$   
 $\Rightarrow r(r + 4) - 3(r + 4) = 0$

$$\Rightarrow (r + 4)(r - 3) = 0$$

when जब

$$r + 4 = 0$$

$$r = -4$$

when जब

$$r - 3 = 0$$

$$r = 3$$

$$\therefore r = -4 \text{ or } 3$$

2. एक लड़का पहले दिन रु 1, दूसरे दिन रु 2, तीसरे दिन रु 4, चौथे दिन रु 8, पर काम करना स्वीकार करता है तो वह 120 दिनों के अन्त में कितना पायेगा ?

A boy agrees to work at the rate of one rupee the first day, two rupees the second day, four rupees the third day, eight rupees the fourth day and so on. How much would he get at the end of 120 days ?

उत्तर:- 120 दिनों के अन्त तक कुल प्राप्त राशि

$$= 1 + 2 + 4 + 8 + \dots 120 \text{ दिनों तक}$$

$$= \frac{1(1 - 2^{120})}{1 - 2} = \frac{2^{120} - 1}{2 - 1} = \text{रु}(2^{120} - 1)$$

3. निकालिए ( find )

$$1 + \frac{x}{1+x} + \frac{x^2}{(1+x)^2} + \dots (to \infty)$$

अनन्त तक यदि  $x > 0$  ( if  $x > 0$  ) |

उत्तर:- यहाँ  $a = 1, r = \frac{x}{1+x}$  साथ ही  $r = \frac{x}{1+x} < 1$

( $\because x > 0$ )

$$\text{अब, } S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1 - \frac{x}{1+x}} = 1 + x$$

4.  $0.42\overline{3}$  को एक परिमेय संख्या के रूप में लिखिए।  
Express  $0.42\overline{3}$  as a rational number ( or quotient

of two integers

उत्तर:-  $0.42\overline{3} = 0.423232323\dots\infty$  तक

$$= 0.4 + 0.023 + 0.00023 + \dots\infty \text{ तक}$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{23}{1000} + \frac{23}{100000} + \dots\infty \text{ तक}$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{23}{1000} \left[ 1 + \frac{1}{100} + \frac{1}{10000} + \dots\infty \right] \text{ तक}$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{23}{1000} \left( \frac{1}{1 - \frac{1}{100}} \right) \quad \because S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{23}{1000} \times \frac{100}{99}$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{23}{990} = \frac{396 + 23}{990} = \frac{419}{990}$$

5. किसी अनन्त गुणोत्तर श्रेणी जिसका योगफल 32 है तथा उसके प्रत्यक्ष दो पदों का योगफल 24 है श्रेणी ज्ञात कीजिए।

The sum of infinite term of a G.P. is 32 and the sum of first two term is 24, find the progression.

उत्तर:-  $S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$

दिया है:  $\frac{a}{1-r} = 32$

तथा  $a + ar = 24$

$$\Rightarrow a(1+r) = 24$$

$$\therefore (1+r)(1-r) = \frac{24}{32}$$

$$(1+r)(1-r) = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 1 - r^2 = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore r = \frac{1}{2}$$

तथा  $a = 16$

$$\therefore \text{गुणोत्तर श्रेणी} = 16, 8, 4$$

6. 5 और 160 के बीच 4 गुणोत्तर माध्य निकालिए।  
Find 4  $GM_s$  between 5 and 160

उत्तर:- माना कि 5 और 160 के बीच 4 गुणोत्तर माध्य  $G_1, G_2, G_3, G_4$  हैं तो 5,  $G_1, G_2, G_3, G_4, 160$  G.P में होंगे।

(Let 4  $GM_s$  between 5 and 160 are

$G_1, G_2, G_3, G_4$  so 5,  $G_1, G_2, G_3, G_4, 160$  are in G.P.)

$$t_6 = 160$$

$$5.r^5 = 160$$

$$\Rightarrow r^5 = 32 = 2^5$$

$$\therefore r = 2 \text{ (जहाँ c.r.} = r)$$

$$\therefore G_1 = 5r = 5 \times 2 = 10$$

$$G_2 = 5r^2 = 5 \times 4 = 20$$

$$G_3 = 5r^3 = 5 \times 8 = 40$$

$$G_4 = 5r^4 = 5 \times 16 = 80$$

अतः 5 और 160 के बीच 4  $GM_s$  10,20,40,80 हैं

Therefore 4  $GM_s$  between 5 and 160 are 10,20,40,80.

7. निम्नलिखित G.P. का योग ज्ञात कीजिए :-  
Find the sum of the following series  
 $2 + 6 + 18 + \dots + 4, 374$

उत्तर:- दी हुई श्रेणी G.P में है  
given series is in G.P.

Here यहाँ (first term) प्रथम पद (a) = 3

(common ratio) सार्व अनुपात (r) = 3 (r > 1)

let, माना  $t_n = 4, 374$

$\therefore t_n = ar^{n-1}$

$\therefore 4374 = 2 \cdot (3)^{n-1}$

$$3^7 = 3^{n-1}$$

$$n-1 = 7$$

$$n = 7 + 1 = 8$$

अब Now,  $s_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$$= \frac{2(3^8 - 1)}{3 - 1} = \frac{2(3^8 - 1)}{2}$$

$$= 3^8 - 1 = 6561 - 1$$

$$= 6560$$

### दीर्घ उत्तरीय प्रश्न ( Long Answer Type Question)

1. G.P. में तीन संख्याएँ निकालें, जिनका गुणनफल 216 तथा योग 19 है।

Find the three numbers in G.P. whose product is 216 and sum is 19.

उत्तर:- G.P. में तीन संख्याएँ  
Three number in G.P.

$$\frac{a}{r}, a, ar$$

प्रश्न से From question ,

$$\frac{a}{r} \times a \times ar = 216$$

$$a^3 = 216$$

$$a = (6)^3$$

$$a = 6$$

फिर से again

$$\Rightarrow \frac{a}{r} + a + ar = 19$$

$$\Rightarrow \frac{a + ar + ar^2}{r} = 19$$

$$\Rightarrow a + ar + ar^2 = 19r$$

$$\Rightarrow a + ar + ar^2 - 19r = 0$$

a = 6 का मान रखने पर,

Putting the value of a = 6

$$6 + 6r + 6r^2 - 19r = 0$$

$$\Rightarrow 6r^2 - 19r + 6r + 6 = 0$$

$$\Rightarrow 6r^2 - 13r + 6 = 0$$

$$\Rightarrow 6r^2 - 9r - 4r + 6 = 0$$

$$\Rightarrow 3r(2r-3) - 2(2r-3) = 0$$

$$\Rightarrow (2r-3)(3r-2) = 0$$

$$r = \frac{3}{2}, \frac{2}{3}$$

when  $r = \frac{3}{2}$ , then numbers are 4,6,9, and when

$$r = \frac{2}{3}$$

then numbers are 9,6,4

जब  $r = \frac{3}{2}$ , तब संख्याएँ 4,6,9 होंगी तथा जब

$r = \frac{2}{3}$  तब संख्याएँ 9,6,4 होंगी।

2. निम्नलिखित श्रेणी के n पदों का योगफल निकालिए  
Find the sum to n terms of the following series:-

$$8 + 88 + 888 + \dots$$

उत्तर:-  $S_n = 8 + 88 + 888 + \dots n$  पदों तक

(upto n terms)

$$= 8(1 + 11 + 111 + \dots n \text{ पदों तक})$$

$$= \frac{8}{9}[9 + 99 + 999 + \dots n]$$

$$= \frac{8}{9}[(10-1) + (100-1) + (1000-1) + \dots n]$$

पदों तक]

$$= \frac{8}{9}[(10+100+1000+\dots n \text{ पदों तक})$$

$$- (1+1+1+\dots n \text{ पदों तक})]$$

$$= \frac{8}{9} \left[ 10 \cdot \frac{1-10^n}{1-10} - n \right]$$

$$= \frac{8}{9} \left[ 10 \cdot \frac{10^n - 1}{10 - 1} - n \right]$$

$$= \frac{8}{81} (10^{n+1} - 10 - 9n)$$

3. श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए (sum up the series)

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{4^2} + \frac{3}{4^3} - \frac{5}{4^4} + \frac{3}{4^5} - \frac{5}{4^6} + \dots \infty$$

उत्तर:-  $\frac{3}{4} - \frac{5}{4^2} + \frac{3}{4^3} - \frac{5}{4^4} + \frac{3}{4^5} - \frac{5}{4^6} + \dots \infty$

$$= 3 \left[ \frac{1}{4} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^5} + \dots \infty \right] - 5 \left[ \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{4^6} + \dots \infty \right]$$

$$= 3 \times \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4^2}} - 5 \times \frac{\frac{1}{4^2}}{1 - \frac{1}{4^2}}$$

$$= 3 \times \frac{\frac{1}{4}}{\frac{15}{16}} - 5 \times \frac{\frac{1}{16}}{\frac{15}{16}}$$

$$= 3 \times \left[ \frac{4}{15} \right] - 5 \left[ \frac{1}{15} \right]$$

$$= \frac{4}{5} - \frac{1}{3} = \frac{12-5}{15} = \frac{7}{15}$$

Jharkhandlab.com

बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple choice question)

1.  $\frac{3}{8}$  तथा 4 के बीच हरात्मक माध्य है

The harmonic mean between  $\frac{3}{8}$  and 4

(a)  $\frac{24}{35}$  (b)  $\frac{25}{30}$

(c)  $\frac{24}{30}$

(d) इनमें से कोई नहीं (none of these)

2. संख्याओं 1 और  $\frac{1}{16}$  के बीच 4 हरात्मक मान प्रविष्ट किए जाते हैं। शुरू से पहला हरात्मक माध्य होगा :

Four harmonic means are inserted between, 1 and  $\frac{1}{16}$ . The first harmonic mean from the

beginning is:

(a)  $\frac{1}{4}$  (b)  $\frac{1}{7}$

(c)  $\frac{1}{13}$  (d)  $\frac{1}{10}$

3. 5,2,8,10 का हरात्मक माध्य है-

The harmonic mean of 5,2,8,10 is -

(a) 4.32 (b) 5.32

(C) 4 (D) 5

4. निम्नलिखित में से कौन - सा सम्बन्ध सही है?

How to find harmonic mean ?

(a) A.M. =  $\sqrt{G.M. \times H.M.}$

(b) H.M. =  $\sqrt{A.M \times G.M}$

(c) G.M =  $\sqrt{A.M \times H.M}$

(d) G.M =  $\frac{A.M \times H.M}{2}$

5. हरात्मक माध्य कैसे निकाला जाता है

How to find harmonic mean ?

(a)  $H = \frac{2ab}{a+b}$  (b)  $H = \sqrt{ab}$

(c)  $H = \frac{a+b}{2}$  (d)  $\frac{a+b}{2ab}$

ANSWER

(1) a (2) a (3) a  
(4) c (5) a

लघु उत्तरीय प्रश्न

(Short Answer type question)

1. श्रेणी  $\frac{6}{5}, 1, \frac{6}{7}, \dots$  का 14 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

Find the 14<sup>th</sup> term of the series  $\frac{6}{5}, 1, \frac{6}{7}, \dots$

उत्तर:- माना, इस हरात्मक श्रेणी का 14 वाँ पद x है, तब इनके संगत समान्तर श्रेणी  $\frac{5}{6}, 1, \frac{7}{6}, \dots$  का 14 वाँ पद  $\frac{1}{x}$  है।

let, x, is the 14<sup>th</sup> term of this harmonic Progression, then  $\frac{1}{x}$  is the 14th term of consistent parallel

progression is  $\frac{5}{6}, 1, \frac{7}{6}$

यहाँ  $1 - \frac{5}{6} = \frac{7}{6} - 1 = \frac{1}{6} = d$

सार्व अन्तर है (comon difference)

अतः 14 वाँ पद =  $\frac{1}{x}$

=  $\frac{5}{6} + (14 - 1) \times \frac{1}{6} [\because T_n = a + (n - 1)d]$

=  $\frac{5}{6} + \frac{13}{6} = \frac{18}{6} = 3$

अतः अभीष्ट 14वाँ पद  $\frac{1}{3}$  है।

2.  $\frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \frac{1}{13}, \dots$  का सातवाँ पद लिखिए।

Write down the seventh term of  $\frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \frac{1}{13}, \dots$

उत्तर:- पदों के व्युत्क्रम 5,9,13... हैं जो

समान्तर श्रेणी में हैं, जिसका पहला पद = 5 और  
सार्व अन्तर = 4  
Reciprocals of the term 5,9,13... are in A.P.  
whose first term is 5 and common difference = 4

$$\begin{aligned} \therefore t_n &= a + (n-1)d \\ \therefore t_7 &= 5 + (7-1)4 \\ &= 29 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{इसका व्युत्क्रम} = \frac{1}{29}$$

$$\text{अतः अभीष्ट सातवाँ पद} = \frac{1}{29}$$

3. यदि  $a, b, c$  H.P. में हों तो  $b$  का मान ज्ञात कीजिए।

**If  $a, b, c$  in H.P. then find the value of  $b$ .**

उत्तर:- यदि  $a, b, c$ , H.P. में है।

$$\therefore \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \text{ A.P. में होंगे।}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{c} - \frac{1}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c} + \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{b} = \frac{a+c}{ac}$$

$$\Rightarrow b(a+c) = 2ac$$

$$\therefore b = \frac{2ac}{a+c}$$

इस प्रकार यदि  $a, b, c$ , H.P. में हों तो

$$b = \frac{2ac}{a+c}$$

4. यदि  $\frac{1}{8}, x, \frac{3}{2}$  हरात्मक श्रेणी में हों, तो  $x$  का

मान निकालिए।

If  $\frac{1}{8}, x, \frac{3}{2}$  are in H.P., then find the value of  $x$

उत्तर:-  $\frac{1}{8}, x, \frac{3}{2}$  हरात्मक श्रेणी में हैं

$$\therefore x = \frac{2 \times \frac{1}{8} \times \frac{3}{2}}{\frac{1}{8} + \frac{3}{2}}$$

$$= \frac{\frac{3}{8}}{\frac{13}{8}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3}{8} \times \frac{8}{13} \\ &= \frac{3}{13} \end{aligned}$$

5. हरात्मक श्रेणी  $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{1}{11}, \dots$  का योग ज्ञात करें।

**Find the sum of Harmonic Progression**

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{1}{11}, \dots$$

उत्तर:- दिया गया श्रेणी H.P. में है -  $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{1}{11}, \dots$   
The given sequence is H.P.

So, in AP - 2, 5, 8, 11, Here,

$$a = 2$$

$$d = 3$$

$$n = 4$$

$$S_n = ?$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{4}{2}[4 + (4-1)3]$$

$$= \frac{4}{2} \times 4 + 9$$

$$= \frac{4}{2} \times 36$$

$$= 72$$

6. उस अनुक्रम को ज्ञात कीजिए जिसका  $n$ वाँ पद  $\frac{1}{3n-2}$  है। क्या यह अनुक्रम H.P. है।

**Find the sequence whose  $n^{\text{th}}$  term is  $\frac{1}{3n-2}$  is this sequence an H.P. ?**

उत्तर:- प्रश्न से

by the question

$$t_n = \frac{1}{3n-2}$$

$$n=1 \text{ रखने पर } t_1 = \frac{1}{3 \times 1 - 2} = \frac{1}{3-2} = 1$$

$$n=2 \text{ रखने पर } t_2 = \frac{1}{3 \times 2 - 2} = \frac{1}{6-2} = \frac{1}{4}$$

$$n=3 \text{ रखने पर } t_3 = \frac{1}{3 \times 3 - 2} = \frac{1}{9-2} = \frac{1}{7}$$

$$n=4 \text{ रखने पर } t_4 = \frac{1}{3 \times 4 - 2} = \frac{1}{12-2} = \frac{1}{10} \dots$$

$\therefore$  अनुक्रम होगा  $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{1}{10}, \dots$

इस अनुक्रम का व्युत्क्रम  $1, 4, 7, 10, \dots$  है जो A.P.

में है इसलिए यह अनुक्रम H.P में हैं।  
its reciprocal terms are 1,4,7,10.. which is in A.P. so the given sequence is in H.P.

7. हरात्मक माध्य क्या है? इसका समीकरण सूत्र दीजिये।

What is harmonic mean ? give the equation.

उत्तर:- हरात्मक औसत भी एक महत्वपूर्ण औसत है। यह औसत गति, चलन वेग तथा वस्तु की मात्रा प्रति रूपया के रूप में दिए गए मूल्य आदि की औसत मात्रा का पता करने के लिए विशेष रूप से प्रयोग में लाई जाती है।

Harmonic mean is the reciprocal of the arithmetic mean of the reciprocal of all the items of a group.

$$H.M. = \frac{N}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

### दीर्घ उत्तरीय प्रश्न Long type question

1. H.P. में तीन संख्याओं का जोड़ 37 है और उनके व्युत्क्रमों का जोड़  $\frac{1}{4}$  है तो उन

संख्याओं को ज्ञात कीजिए

The sum of three numbers in H.P. is 37 and the sum of their reciprocals is  $\frac{1}{4}$ , find the numbers.

उत्तर:- माना H.P. की तीन संख्याएँ  $\frac{1}{a-\beta}, \frac{1}{a}, \frac{1}{a+\beta}$  हैं।

let the three numbers in H.P.  $\frac{1}{a-\beta}, \frac{1}{a}, \frac{1}{a+\beta}$

प्रश्न से ,

$$a - \beta + a + a + \beta = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 3a = \frac{1}{4}$$

$$\therefore a = \frac{1}{12}$$

फिर,

$$\frac{1}{a-\beta} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+\beta} = 37$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a-\beta} + 12 \frac{1}{a+\beta} = 37$$

$$\Rightarrow \frac{a+\beta+a-\beta}{(a-\beta)(a+\beta)} = 37 - 12$$

$$\Rightarrow \frac{2a}{(a-\beta)(a+\beta)} = 25$$

$$\Rightarrow \frac{2a}{a^2 - \beta^2} = 25 \quad [\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot \frac{1}{12}}{\frac{1}{144} - \beta^2} = 25$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6} \times \frac{144}{1 - 144\beta^2} = 25$$

$$\Rightarrow \frac{24}{1 - 144\beta^2} = 25$$

$$\Rightarrow 25 - \frac{25 \times 144\beta^2}{1 - 25 \times 144\beta^2} = 24$$

$$\Rightarrow \beta^2 = \left(\frac{1}{5 \times 2}\right)^2$$

$$\therefore \beta = \pm \frac{1}{60}$$

जब  $a = \frac{1}{12}, \beta = \frac{1}{60}$

तो  $\frac{1}{a-\beta} = \frac{1}{\frac{1}{12} - \frac{1}{60}} = \frac{60}{5-1} = 15$

$$\frac{1}{a} = 12$$

तथा  $\frac{1}{a+\beta} = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{60}} = \frac{60}{5+1} = 10$

इसी प्रकार जब,

$$a = \frac{1}{12}, \beta = -\frac{1}{60}$$

तो  $\frac{1}{a-\beta} = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{60}} = \frac{60}{5+1} = \frac{60}{6} = 10$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{12} = 12$$

तथा  $\frac{1}{a+\beta} = \frac{1}{\frac{1}{12} - \frac{1}{60}} = \frac{60}{5-1} = 15$

2. उस हरात्मक श्रेणी के पहले तीन पद ज्ञात कीजिए जिसके चौथे और आठवें पद क्रमशः  $\frac{3}{5}$  और  $\frac{1}{3}$  हों।

Find first three terms of a H.P. whose Fourth and eight terms are  $\frac{3}{5}$  and  $\frac{1}{3}$  respectively

उत्तर:- हरात्मक श्रेणी का चौथा पद =  $\frac{3}{5}$

$$4^{\text{th}} \text{ term of H.P is } = \frac{3}{5}$$



तथा आठवाँ पद and 8th term =  $\frac{1}{3}$

∴ समान्तर श्रेणी का चौथा पद  $\frac{5}{3} = a + 3d \dots (i)$

$$4^{\text{th}} \text{ term of A.P. } \frac{5}{3} = a + 3d \dots (i)$$

आठवाँ पद 8th term =  $\frac{3}{1} = a + 7d \dots (ii)$

समी (i) - (ii) [eq (i) - (ii)]

$$\frac{5}{3} - \frac{3}{1} = a + 3d - (a + 7d)$$

$$\Rightarrow \frac{5-9}{3} = a + 3d - a - 7d$$

$$\Rightarrow \frac{-4}{3} = -4d$$

$$\Rightarrow d = \frac{1}{3}$$

d के मान को समी (ii) में रखने पर

Putting the value of d in eq (ii)

$$\Rightarrow \frac{3}{1} = a + 7 \times \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 3 = a + \frac{7}{3}$$

$$\Rightarrow a = 3 - \frac{7}{3}$$

$$\Rightarrow a = \frac{9-7}{3}$$

$$\Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

अतः समान्तर श्रेणी के पहले तीन पद हैं

therefore first three term of the A.P are

पहला पद

first term  $a = \frac{2}{3}$

दूसरा पद

second term

$$a + d = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2+1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

तीसरा पद

$$\begin{aligned} \text{third term } a + 2d &= \frac{2}{3} + 2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \\ &= \frac{2+2}{3} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

अतः हरात्मक श्रेणी के पहले तीन पद हैं

Therefore first three term of H.P are

$$\frac{3}{2}, 1, \frac{3}{4}$$

## बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple choice question)

- (1) यदि  ${}^n P_3 = 60$  तो  $n$  का मान है।  
If  ${}^n P_3 = 60$ , then value of  $n$  is.  
(a) 3 (b) 5  
(c) 9 (d) 20
- (2)  ${}^9 P_3$  का मान बताइए :  
Find the value of  ${}^9 P_3$  :  
(a) 500 (b) 504  
(c) 502 (d) 510
- (3)  ${}^{10} C_6$  का मान है  
The value of  ${}^{10} C_6$  is :  
(a) 210 (b) 100  
(c) 1024 (d) 60
- (4)  ${}^7 P_4$  का मान है  
The value of  ${}^7 P_4$  is  
(a)  $4 \times 3 \times 2 \times 1$  (b)  $7 \times 4$   
(c)  $7 \times 6 \times 5 \times 4$  (d)  ${}^7 P_4$
- (5)  ${}^n P_r$  समान होगा  
 ${}^n P_r$  is equal to  
(a)  $\frac{n}{n(n-r)}$  (b)  $\frac{n}{r-n}$   
(c)  $\frac{n}{n-r}$   
(d) इनमें से कोई नहीं।  
(none of these)
- (6) CAT शब्द के अक्षरों में 2-2 अक्षरों के कितने विभिन्न शब्द बन सकते हैं ?  
How many different word of 2 letter can be formed out of the letters of the word CAT ?  
(a) 8 (b) 6  
(c) 3 (d) 2
- (7) यदि  ${}^n C_{12} = {}^n C_8$  तब  $n$  बराबर है :  
If  ${}^n C_{12} = {}^n C_8$  then  $n$  is equal to :  
(a) 20 (b) 12  
(c) 30 (d) 6
- (8) 'SUNDAY' शब्द में एक बार में दो अक्षर लेकर केवल कितने शब्द बनाये जा सकते हैं ?

How many words can be formed with the letters of the word 'SUNDAY' taken two at the time ?

- (a) 50 (b) 30  
(c) 40 (d) 60

- (9) 'PRODUCT' शब्द के अक्षरों से तीन-तीन अक्षरों के कितने भिन्न-भिन्न शब्द बन सकते हैं ?

How many different words of 3 letters can be formed out of the letters of the word 'PRODUCT' ?

- (a) 210 (b) 200  
(c) 250 (d) 240

- (10) निम्नलिखित शब्दों के अक्षरों से कितने विभिन्न शब्द बनाए जा सकते हैं ?

How many different words can be formed out of the letters of the following words ?

- (A) STATISTICS

- (a) 50,000 (b) 50,400  
(c) 50,500 (d) 60,000

- (B) ACCOUNTANCY

- (a) 16,00,000  
(B) 16,50,000  
(C) 16,63,000  
(D) 16,40,200

- (11) 'Vice-chancellor' शब्द के सभी अक्षरों को लेकर कितने शब्द बनाये जा सकते हैं ?

How many word can be formed with all the letters of the word vice - chancellor ?

- (a)  $\frac{14}{3!2}$  (b)  $\frac{14}{2!2}$

- (c)  $\frac{14}{3!2!2}$  (d)  $\frac{14}{2}$

## ANSWER

- (1) b (2) b (3) a  
(4) c (5) c (6) b  
(7) a (8) b (9) a  
(10-A) b (10 - B) c (11) c

**लघु उत्तरीय प्रश्न**  
(Short Answer type question)

- (1) यदि  ${}^9P_r = 3024$ , तो  $r$  का मान निकालें।  
If  ${}^9P_r = 3024$ , find the value of  $r$ .

उत्तर : Given

दिया है  ${}^9P_r = 3024$

$$\Rightarrow \frac{9!}{(9-r)!} = 3024$$

$$\Rightarrow \frac{9!}{3024} = (9-r)!$$

$$\Rightarrow (9-r)! = 120$$

$$\Rightarrow (9-r)! = 5!$$

$$\Rightarrow 9-r = 5$$

$$\therefore r = 4$$

- (2) यदि  ${}^n P_5 = 20 \times {}^n P_3$  तो  $n$  का मान लिखिए।  
If  ${}^n P_5 = 20 \times {}^n P_3$  find the value of  $n$ .

उत्तर :  $\therefore {}^n P_5 = 20 \times {}^n P_3$

$$\therefore \frac{|n}{|n-5} = 20 \times \frac{|n}{|n-3}$$

$$\Rightarrow \frac{|n}{|n-5} = \frac{20 \times |n}{(n-3)(n-4)|n-5}$$

$$\Rightarrow (n-3)(n-4) = 5 \times 4$$

$$\Rightarrow n-3 = 5$$

$$n = 8$$

- (3) यदि  ${}^{10}C_{10} = {}^{12}C_{12}$  तो  ${}^nC_5$  निकालिए।  
(if  ${}^{10}C_{10} = {}^{12}C_{12}$  then find  ${}^nC_5$ )

$${}^{10}C_{10} = {}^{12}C_{12}$$

$$\therefore 10 \neq 12$$

$$\therefore 10 + 12 = n$$

$$\Rightarrow n = 22$$

$$\Rightarrow {}^nC_5 = {}^{22}C_5 = \frac{|22}{|5|17}$$

$$= \frac{22 \times 21 \times 20 \times 19 \times 18 \times |17}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times |17} = 26,334$$

- (4) यदि  ${}^nP_r = 720$  तथा  ${}^nC_r = 120$  तो  $r$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of  $r$  if  ${}^nP_r = 720$  and  ${}^nC_r = 120$

$${}^nC_r = \frac{{}^nP_r}{r}$$

$$\Rightarrow 120 = \frac{720}{|r}$$

$$\Rightarrow |r = 6 = (3 \times 2 \times 1)$$

$$\Rightarrow |r = |3$$

$$\therefore r = 3$$

- (5) किसी कॉलेज के एक क्लास में 50 विद्यार्थी हैं। वे कितने प्रकार से 3 प्रतिनिधि कॉलेज यूनियन के लिए चुन सकते हैं ?

There are 50 students in a class of a collage. in how many ways can they select 3 representatives for the collage union ?

उत्तर: अभीष्ट तरीका =  ${}^{50}C_3$

$$= \frac{|50}{|3|47}$$

$$= \frac{50 \times 49 \times 48 \times |47}{3 \times 2 \times |47} = \frac{50 \times 49 \times 48}{3 \times 2}$$

$$= 19,600$$

- (6) कितने तरीकों से 5 व्यक्ति एक टेबल के चारों ओर बैठ सकते हैं ?

In how many ways can 5 men sit around a table?

उत्तर: व्यक्तियों की संख्या

$$(\text{Number of men}) = 5$$

इसलिए उनके वृत्तीय क्रमचय की संख्या

so number of their circular permutation

$$= (n-1)!$$

$$= (5-1)!$$

$$= 4!$$

$$= 24$$

**दीर्घ उत्तरीय प्रश्न ( Long Answer Type Question)**

- (1) यदि  ${}^{2n}C_3 : {}^nC_3 :: 11:1$  तो  $n$  का मान निकालिए।

$$\Rightarrow \text{If } {}^{2n}C_3 : {}^nC_3 :: 11:1 \text{ find } n.$$

$$\text{उत्तर: } {}^{2n}C_3 : {}^nC_3 :: 11:1$$

$$\Rightarrow \frac{{}^{2n}C_3}{{}^nC_3} = \frac{11}{1}$$

$$\frac{|2n}{|3|2n-3} \times \frac{|3|n-3}{|n} = 11$$

$$\Rightarrow \frac{2n(2n-1)(2n-2)|2n-3 \times |3|n-3}{(|2n-3|3)(n-1)(n-2)|n-3} = 11$$

$$\Rightarrow \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{n(n-1)(n-2)} = 11$$

$$\Rightarrow \frac{4(2n-1)}{n-2} = 11$$

$$\Rightarrow 11n - 22 = 8n - 4$$

$$\Rightarrow 11n - 8n = 22 - 4$$

$$\Rightarrow 3n = 18$$

$$\therefore n = 6$$

- (2) यदि  ${}^n P_r = 336$  और  ${}^n C_r = 56$ , तो  $r$  का मान ज्ञात करें।

If  ${}^n P_r = 336$  and  ${}^n C_r = 56$ , find the value of  $r$ .

उत्तर:  ${}^n P_r = 336$

$$\Rightarrow \frac{|n|}{|n-r|} = 336 \dots (i)$$

$$\Rightarrow {}^n C_r = 56$$

$$\frac{|n|}{|n-r|n} = 56 \dots (ii)$$

सभी (i) तथा (ii) को हल करने पर

by solving equ. (i) and equ (ii)

$$\Rightarrow \frac{|n|}{|n-r|} \times \frac{|n-r|r}{|n|} = \frac{336}{56}$$

$$\Rightarrow |r| = |6|$$

$$\Rightarrow r = 6, \text{ Hence यहाँ, } r = 6$$

- (3) यदि  ${}^{22} P_{r+1} : {}^{20} P_{r+2} = 11:52$ , तो  $r$  का मान

निकालिए।

If  ${}^{22} P_{r+1} : {}^{20} P_{r+2} = 11:52$  then find the value of  $r$ .

उत्तर:

$$\frac{{}^{22} P_{r+1}}{{}^{20} P_{r+2}} = \frac{11}{52}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{|22|}{|21-r|}}{\frac{|20|}{|18-r|}} = \frac{11}{52}$$

$$\Rightarrow \frac{22 \times 21 \times |20|}{|20|} \times \frac{18-r}{(21-r)(20-r)(19-r)|18-r|} = \frac{11}{52}$$

$$\Rightarrow \frac{22 \times 21}{(21-r)(20-r)(19-r)} = \frac{11}{52}$$

$$\Rightarrow (21-r)(20-r)(19-r) = 2 \times 21 \times 52 = 12 \times 13 \times 14$$

$$\Rightarrow 21 - r = 14$$

$$\therefore r = 7$$

- (4) विभिन्न रंगों के 6 झण्डे से कितने तरह के संकेत दिए जा सकते हैं जबकि एक बार में कितने भी झण्डे फहराए जा सकते हैं ?

How many different signals can be made by hoisting 6 differently coloured flags one above the other when any number of them may be hoisted at once ?

उत्तर: कुल संकेतों की संख्या

Total number of signals =

$${}^6 P_1 + {}^6 P_2 + {}^6 P_3 + {}^6 P_4 + {}^6 P_5 + {}^6 P_6 =$$

$$\frac{|6|}{|6-1|} + \frac{|6|}{|6-2|} + \frac{|6|}{|6-3|} + \frac{|6|}{|6-4|} + \frac{|6|}{|6-5|} + \frac{|6|}{|6-6|}$$

$$= \frac{|6|}{|5|} + \frac{|6|}{|4|} + \frac{|6|}{|3|} + \frac{|6|}{|2|} + \frac{|6|}{|1|} + \frac{|6|}{|0|}$$

$$= 6 + 6 \times 5 + 6 \times 5 \times 4 + 6 \times 5 \times 4 \times 3 + 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 + 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= 6 + 30 + 120 + 360 + 720 + 720$$

$$= 1956 \text{ तरीके ways .}$$

## बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple choice question)

1.  $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = ?$

- (a) 0 (b) 2  
(c) -1 (d) -2

2.  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = ?$

- (a) 0 (b) 3  
(c) -1 (d) 1

3.  $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = ?$

- (a) 5 (b) 4  
(c) 0 (d) 2

4.  $\begin{vmatrix} 1 & a \\ a & -a \end{vmatrix} = ?$

- (a) 1 (b) 0  
(c) -1 (d) 2

5.  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix} = ?$

- (a) 0 (b) 2  
(c) 4 (d) 1

6. सारणिक को सांकेतिक भाषा में किस प्रकार लिखा जा सकता है ?

How to write determinant in sign language ?

- (a) \$ (b) €  
(c) φ (d) Δ

7. सारणिक का रूप कैसा होता है ?

How is the shape of determinant ?

- (a) वर्गाकार (Square shape)

- (b) त्रिभुजाकार (Triangular)  
(c) आयताकार (Rectangular)  
(d) इनमें से कोई नहीं (None of these)

8. दिया है A =

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

इसमें  $a_1$  का उप - सारणिक क्या है ?

given that A =

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

Here what is the minor of  $a_1$  ?

(a)  $\begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

(b)  $\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$

(c)  $\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}$

(d)  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$

9. यदि सारणिक के दो पंक्तियाँ समान हो तो उसका मान होगा -

The value of the determinant having two rows identical is

- (a) -1 (b) 1  
(c) 0

(d) इनमें से कोई नहीं (None of these)

10. सारणिक  $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \\ 6 & 1 & 5 \end{vmatrix}$  का मूल्य है -

The value of determinant

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \\ 6 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

- (a) 36 (b) 35  
(c) 45 (d) 64
11.  $\begin{vmatrix} 11 & 3 \\ 4 & 12 \end{vmatrix}$  का मान है

The value of  $\begin{vmatrix} 11 & 3 \\ 4 & 12 \end{vmatrix}$  is

- (a) 60 (b) 80  
(c) 100 (d) 120

12. सारणिक  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$  में  $c_1$  का उप-सारणिक

क्या होगा ?

In determinant  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$  what is the

minor of  $c_1$  ?

- (a)  $\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}$  (b)  $\begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

- (c)  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$

(d) इनमे से कोई नहीं (None of these)

13.  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = ?$

- (a) 1 (b) 0  
(c) -1 (d) 2

14.  $\begin{vmatrix} 7 & 15 \\ 8 & 20 \end{vmatrix} = ?$

- (a) 15 (b) 20  
(c) 25 (d) 10

15.  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 7 \end{vmatrix} = ?$

- (a) -1 (b) 5  
(c) 9 (d) 7

16. सारणिक  $\begin{vmatrix} x+1 & x+2 & x+4 \\ x+3 & x+5 & x+8 \\ x+1 & x+2 & x+4 \end{vmatrix}$  का मान है।

The value of determinant  $\begin{vmatrix} x+1 & x+2 & x+4 \\ x+3 & x+5 & x+8 \\ x+1 & x+2 & x+4 \end{vmatrix}$

- (a) 0 (b)  $x^2 + 2$   
(c) 2  
(d) इनमे से कोई नहीं (None of these)

17.  $|20| = ?$

- (a) 10 (b) 20  
(c) 15 (d) 30

### ANSWER

- |        |        |        |
|--------|--------|--------|
| (1) a  | (2) a  | (3) c  |
| (4) a  | (5) a  | (6) d  |
| (7) a  | (8) a  | (9) c  |
| (10) b | (11) d | (12) a |
| (13) b | (14) b | (15) a |
| (16) a | (17) b |        |

लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer type question)

1. x का मान निकालें जबकि  
Find the value of x, when  
$$\begin{vmatrix} x & 2 \\ x & x \end{vmatrix} = 15$$

उत्तर:- यहाँ Here,  
$$\begin{vmatrix} x & 2 \\ x & x \end{vmatrix} = 15$$

Or  $x^2 - 2x = 15$   
 $\Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$   
 $\Rightarrow x^2 - 5x + 3x - 15 = 0$   
 $\Rightarrow x(x-5) + 3(x-5) = 0$   
 $\Rightarrow (x+3)(x-5) = 0$   
 $\therefore x = -3$  or या  $x = 5$

2. मान निकालिए (Find the value of)

$$\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 15 & 5 \end{vmatrix}$$

उत्तर:- यहाँ, Here

$$\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 15 & 5 \end{vmatrix} \\ = 6 \times 5 - 15 \times 2 \\ = 30 - 30 = 0$$

3. मान निकालिए (Find the value of)

$$\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$$

उत्तर:- दिया है given that  
$$\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} \\ = 4 \times 3 - 5 \times 6 \\ = 12 - 30 \\ = -18$$

4. मान निकालिए (Find the value of)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

उत्तर:- दिया है, given that

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= 1(1 \times 5 - 2 \times 4) - 2(2 \times 5 - 3 \times 4) + 3(2 \times 2 - 3 \times 1) \\ = 1(5 - 8) - 2(10 - 12) + 3(4 - 3) \\ = 1(-3) - 2(-2) + 3(1) \\ = -3 + 4 + 3 \\ = 4$$

5. यदि  $\begin{vmatrix} x & 5 \\ x & x \end{vmatrix} = 24$ , तो x के मान निकालें

if  $\begin{vmatrix} x & 5 \\ x & x \end{vmatrix} = 24$ , then find the value of x.

उत्तर:- यहाँ Here,  $\begin{vmatrix} x & 5 \\ x & x \end{vmatrix} = 24$ ,

$$\Rightarrow x^2 - 5x = 24 \\ \Rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0 \\ \Rightarrow x^2 - 8x + 3x - 24 = 0 \\ \Rightarrow x(x-8) + 3(x-8) = 0 \\ \Rightarrow (x-8)(x+3) = 0 \\ \therefore x = 8$$
 or या  $x = -3$

6. मान निकालिए (Evaluate)

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

उत्तर:- given दिया है,

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1(1 \times 1 - 0 \times 0) - 0(0 \times 1 - 0 \times 0) + 0(0 \times 0 - 0 \times 1) \\ = 1(1) - 0 - (0 - 0) + 0 - 0 \\ = 1 - 0 - 0 \\ = 1$$

7.  $3 \times 3$  क्रम के सारणिक का उदाहरण दीजिए।

Given an example of  $3 \times 3$  order determinant

उत्तर:-  $3 \times 3$  क्रम के सारणिक का उदाहरण

example of  $3 \times 3$  order determinant

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

8.  $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = ?$

उत्तर:- दिया है, given

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = ?$$

अब Now  $(1 \times 4) - (3 \times 2)$   
 $= 4 - 6$   
 $= -2$

9. मान निकालिए (Evaluate):

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \end{vmatrix}$$

उत्तर:- माना let,

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \end{vmatrix}$$

$$= 1(48 - 36) - 1(32 - 16) + 1(18 - 12)$$

$$= 1(12) - 1(16) + 1(6)$$

$$= 12 - 16 + 6$$

$$= 18 - 16$$

$$= 2$$

10.  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$  में  $a_2$  सह खण्ड निकालें।

In  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$  find the co-factors of  $a_2$

उत्तर:-  $a_2$  का सह-खण्ड  
 co-factor of  $a_2$

$$= (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$= - \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$= -(b_1 c_3 - b_3 c_1)$$

11.  $\begin{vmatrix} 11 & 3 \\ 12 & 2 \end{vmatrix}$  का मान निकालिए:-

The value of  $\begin{vmatrix} 11 & 3 \\ 12 & 2 \end{vmatrix}$  is :-

उत्तर:- दिया है given  $\begin{vmatrix} 11 & 3 \\ 12 & 2 \end{vmatrix}$

अब Now  $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 3 \\ 12 & 2 \end{vmatrix}$

$$= (11 \times 2) - (12 \times 3)$$

$$= 22 - 36$$

$$= -14$$

12. सारणिक से आप क्या समझते हैं ?  
 What do you mean by determinant?

उत्तर:- हमलोग पहले दो समीकरण लेते हैं।

First we get two equation :-

$$a_1 x + b_1 y = 0 \dots\dots(i)$$

तथा and  $a_2 x + b_2 y = 0 \dots\dots(ii)$

इन दोनों समीकरणों में से x तथा y का विलोपन करने के लिए,

In these two equation eliminate of x and y

समी (i) से  $\frac{x}{y} = \frac{-b_1}{a_1}$   
 from eq (i)

समी (ii)  $\frac{x}{y} = \frac{-b_2}{a_2}$   
 from eq (ii)

$$\therefore \frac{-b_1}{a_1} = \frac{-b_2}{a_2}$$

$$\Rightarrow b_1 a_2 = b_2 a_1$$

$$\Rightarrow b_1 a_2 - b_2 a_1 = 0$$

$$\Rightarrow a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0$$

व्यंजक  $a_1 b_2 - a_2 b_1$  को  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$  रूप में लिखने

पर इसे सारणिक कहा जाता है।

From  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$  of  $a_1 b_2 - a_2 b_1$  is called determinant.

**दीर्घ उत्तरीय प्रश्न ( Long Answer Type Question)**

1. किसी सारणिक का मान शून्य होता है, यदि इसके कोई दो पंक्ति या स्तम्भ समान हों। इस गुणधर्म को उदाहरण सहित सिद्ध कीजिए।

(The value of a determinant is zero, if any two rows or columns are identical). prove this properties with an example.



उत्तर:- माना  $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 & b_1 & c_1 \end{vmatrix}$  तो सिद्ध करना है कि

$$\Delta = 0$$

Let  $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 & b_1 & c_1 \end{vmatrix}$  then prove that  $\Delta = 0$

यहाँ here,  $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 & b_1 & c_1 \end{vmatrix}$

$$= - \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 & b_1 & c_1 \end{vmatrix} \quad (R_1 \leftrightarrow R_3)$$

$$= -\Delta$$

$$\therefore \Delta = -\Delta \Rightarrow 2\Delta = 0 \Rightarrow \Delta = 0$$

उदाहरण

Example : -  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

$$= 1(9-8) - 2(6-4) + 3(4-3)$$

$$= 1 - 4 + 3$$

$$= 0$$

2. मान निकालिए : Find the value  $\begin{vmatrix} 5 & 10 & 8 \\ 4 & 3 & 2 \\ 7 & 9 & 8 \end{vmatrix}$

उत्तर:-  $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 10 & 8 \\ 4 & 3 & 2 \\ 7 & 9 & 8 \end{vmatrix}$

$$\Delta = 5 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 9 & 8 \end{vmatrix} - 10 \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} + 8 \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix}$$

$$= 5(24-18) - 10(32-14) + 8(36-21)$$

$$= 5 \times 6 - 10 \times 18 + 8 \times 15$$

$$= 30 - 180 + 120$$

$$= 150 - 180$$

$$= -30$$

3. क्रैमर नियम से निम्न समीकरण को हल कीजिए  
Solve the following equation by cramer's rule:-

$$x + 2y = 5$$

$$3x - y = 1$$

उत्तर:-  $x + 2y = 5$  ,  $3x - y = 1$   
 $x + 2y - 5 = 0$  ,  $3x - y - 1 = 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= -1 - 6$$

$$= -7$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= -2 - 5$$

$$= -7$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= -14$$

क्रैमर नियम के द्वारा, By cramer's rule

$$\frac{x}{\Delta_1} = \frac{y}{\Delta_2} = \frac{1}{\Delta}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-7} = \frac{y}{-14} = \frac{1}{-7}$$

अब, Now  $\frac{x}{-7} = \frac{1}{-7} \Rightarrow x = 1$

and तथा  $\frac{y}{-14} = \frac{1}{-7} \Rightarrow y = 2$

4. हल कीजिए (Solve)

$$\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ a & x+b & c \\ a & b & x+c \end{vmatrix} = 0$$

उत्तर:- 
$$\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ a & x+b & c \\ a & b & x+c \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} x+a+b+c & b & c \\ x+a+b+c & x+b & c \\ x+a+b+c & b & x+c \end{vmatrix} = 0$$

[ $c_1 \rightarrow c_1 + c_2 + c_3$ ]

$$\Rightarrow (x+a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & b & c \\ 1 & x+b & c \\ 1 & b & x+c \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (x+a+b+c) \begin{vmatrix} 0 & -x & 0 \\ 0 & x & -x \\ 1 & b & x+c \end{vmatrix} = 0 \begin{matrix} [R_1 \rightarrow R_1 - R_2] \\ [R_2 \rightarrow R_2 - R_3] \end{matrix}$$

$$\Rightarrow (x+a+b+c) \begin{vmatrix} -x & 0 \\ x & -x \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (x+a+b+c)(x^2) = 0$$

$\therefore x^2 = 0$

तथा  $x + a + b + c = 0$   
 $x = 0$  तथा  $x = -(a + b + c)$

5. बिना तोड़े दिखलाइए कि  
 Show without expanding

$$\begin{vmatrix} a & bc & abc \\ b & ca & abc \\ c & ab & abc \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & a^2 & a^3 \\ b & b^2 & b^3 \\ c & c^2 & c^3 \end{vmatrix}$$

उत्तर:- L.H.S = 
$$\begin{vmatrix} a & bc & abc \\ b & ca & abc \\ c & ab & abc \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{a^2 b^2 c^2} \begin{vmatrix} a^3 & a^2 bc & a^3 bc \\ b^3 & ab^2 c & ab^3 c \\ c^3 & abc^2 & abc^3 \end{vmatrix} \begin{matrix} [R_1 \rightarrow a^2 R_1] \\ [R_2 \rightarrow b^2 R_2] \\ [R_3 \rightarrow c^2 R_3] \end{matrix}$$

$$= \frac{(abc)(abc)}{a^2 b^2 c^2} \begin{vmatrix} a^3 & a & a^2 \\ b^3 & b & b^2 \\ c^3 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

$$= - \begin{vmatrix} a & a^3 & a^2 \\ b & b^3 & b^2 \\ c & c^3 & c^2 \end{vmatrix} \quad [c_1 \leftrightarrow c_2]$$

$$= \begin{vmatrix} a & a^2 & a^3 \\ b & b^2 & b^3 \\ c & c^2 & c^3 \end{vmatrix} = R.H.S (c_1 \leftrightarrow c_2)$$

6. 
$$\begin{vmatrix} 1 & bc & bc(b+c) \\ 1 & ca & ca(c+a) \\ 1 & ab & ab(a+b) \end{vmatrix}$$
 का मान ज्ञात करें।

Find the value of 
$$\begin{vmatrix} 1 & bc & bc(b+c) \\ 1 & ca & ca(c+a) \\ 1 & ab & ab(a+b) \end{vmatrix}$$

उत्तर:- 
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & bc & bc(b+c) \\ 1 & ca & ca(c+a) \\ 1 & ab & ab(a+b) \end{vmatrix}$$

By, a.  $R_1 \rightarrow R_1$ , b.  $R_2 \rightarrow R_2$  c.  $R_3 \rightarrow R_3$

$$\Delta = \frac{1}{abc} \begin{vmatrix} a & abc & abc(b+c) \\ b & abc & abc(c+a) \\ c & abc & abc(a+b) \end{vmatrix}$$

By  $c_3 + c_1 \rightarrow c_3$

$$= \frac{(abc)^2}{abc} \begin{vmatrix} a & 1 & b+c \\ b & 1 & c+a \\ c & 1 & a+b \end{vmatrix}$$

By,  $C_3 + C_1 \rightarrow C_3$

$$= abc \begin{vmatrix} a & 1 & a+b+c \\ b & 1 & a+b+c \\ c & 1 & a+b+c \end{vmatrix}$$

$$= abc(a+b+c) \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ b & 1 & 1 \\ c & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 0$$

## बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple choice question)

1. वह मैट्रिक्स जिसमें पंक्तियों और स्तम्भों की संख्या बराबर हो, वह मैट्रिक्स क्या कहलाता है। (Matrices with equal number of row and column is called)

- a) क्षैतिज मैट्रिक्स (Horizontal Matrics)  
b) पंक्ति मैट्रिक्स (Row Matrics)  
c) स्तम्भ मैट्रिक्स (Column Matrics)  
d) वर्ग मैट्रिक्स (Square Matrics)

2. If  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ x & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & z \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$  हो तो x, y तथा z का मान होगा  
(Find value of x, y, z)

- a)  $x = 5, y = 1, z = 2$   
b)  $x = 2, y = 1, z = 5$   
c)  $x = 5, y = 2, z = 1$   
d)  $x = 1, y = 5, z = 2$

3.  $\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$  है (is):

- a) विकर्ण आव्यूह (Diagonal Matrics)  
b) वर्ग आव्यूह (Square Matrics)  
c) सममित आव्यूह (Symmetric Matrics)  
d) अदिश आव्यूह (Scalar Matrics)

4. यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  तो  $A^{-1}$  होगा।

(If  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  then  $A^{-1}$  is)

- a)  $\begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$       b)  $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$   
c)  $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ \frac{5}{3} & 8 \end{bmatrix}$       d)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

5. यदि (If)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  तब (then) AB

a)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$       b)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

c)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$       d)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

6. पंक्ति आव्यूह में पंक्तियों की संख्या होती है। (In a row matrix, the number of row is)

- a) 1  
b) 2  
c) 3  
d) इनमें से कोई नहीं (None of these)

7. यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ , तो  $A + B = ?$

(If  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$  then find  $A + B = ?$ )

a)  $\begin{bmatrix} 12 & 7 \\ 35 & 12 \end{bmatrix}$       b)  $\begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 12 & 8 \end{bmatrix}$

c)  $\begin{bmatrix} -1 & -6 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$       d)  $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$

8.  $4 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 12 & x \end{bmatrix}$  तो x का मान होगा (then value of x is)

- a) 4      b) 8  
c) 16      d) 0

9. यदि (If)  $X = \begin{bmatrix} 3 & 9 & 6 \\ 7 & 8 & 4 \end{bmatrix}$  और (and)  $Y = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 10 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$

तो  $X + Y$  का मान होगा (then  $X + Y =$  will be)

a)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 16 \\ 11 & 3 & 3 \end{bmatrix}$       b)  $\begin{bmatrix} 3 & 9 & 6 \\ 7 & 8 & 4 \end{bmatrix}$

c)  $\begin{bmatrix} 3 & 54 & 60 \\ 28 & 40 & 20 \end{bmatrix}$       d)  $\begin{bmatrix} 4 & 15 & 16 \\ 11 & 13 & 11 \end{bmatrix}$

10. यदि (If)  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  और (and)  $B = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$  तो

A - B = का मान होगा (then the value of A - B will be)

a)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$                       b)  $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 10 \end{bmatrix}$   
 c)  $\begin{bmatrix} -2 & -9 \\ -16 & -25 \end{bmatrix}$                       d)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

**ANSWER**

- (1) d      (2) a      (3) d  
 (4) a      (5) a      (6) a  
 (7) b      (8) c      (9) d  
 (10) b

**अति लघु उत्तरीय प्रश्न (Very Short Answer type question)**

1. यदि (If)  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 6 & 8 & 6 \end{bmatrix}$  निकालिए (find)  $5A$  :

$\therefore A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 6 & 8 & 6 \end{bmatrix}$

Ans : -  $5A = 5 \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 6 & 8 & 6 \end{bmatrix}$

or  $5A = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 25 \\ 30 & 40 & 30 \end{bmatrix}$

2. मैट्रिक्स A का परिवर्तन निकालिए जहाँ (find the traspose of matrix , where)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

Ans : - A का Transpose Matrix

$A' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

3. If  $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 6 \\ 9 & 8 & 7 \end{bmatrix}$   $B = \begin{bmatrix} 6 & 4 & -7 \\ 9 & -3 & 2 \end{bmatrix}$  तो (then)  $A + B = ?$

Ans : -

$A + B = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 6 \\ 9 & 8 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 4 & -7 \\ 9 & -3 & 2 \end{bmatrix}$

$A + B = \begin{bmatrix} 5+6 & 4+4 & 6-7 \\ 9+9 & 8-3 & 7+2 \end{bmatrix}$

$A + B = \begin{bmatrix} 11 & 8 & -1 \\ 18 & 5 & 9 \end{bmatrix}$

4. यदि (If)  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$  तो A-B का मान

होगा (then value of A-B will be)

Ans : -

$A - B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$

$A - B = \begin{bmatrix} 2+1 & 3+3 \\ 4+4 & 5+5 \end{bmatrix}$

$A - B = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 10 \end{bmatrix}$

5. यदि (If)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ x & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & z \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$  तो x,y,z का मान प्राप्त

कीजिए (find x,y,z)

$x = 5$

Ans : -  $y = 2$

$z = 3$

**लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer type question)**

1. यदि (If)  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  हो तो  $A^2$  ज्ञात करें।

(then find  $A^2$ )

Ans : -

$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9+2+0 & 6+0+0 & 0+2+0 \\ 3+0+2 & 2+0+1 & 0+0+3 \\ 6+1+4 & 4+0+3 & 0+1+9 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 11 & 6 & 2 \\ 5 & 3 & 3 \\ 11 & 7 & 10 \end{bmatrix}$

2. यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  तो  $A+B$  और  $A-B$  ज्ञात करें। (then find  $A+B$  and  $A-B$ ):

Ans :-

$$A+B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3+1 & 4+0 \\ 2+3 & 3+5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$$

$$A-B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3-1 & 4-0 \\ 2-3 & 3-5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

4A-3B)

Ans :-

$$4A - 3B = 4 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ -4 & 0 & 8 \\ 0 & -12 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 12 & 15 & 18 \\ -3 & 0 & 3 \\ 6 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4-12 & 8-15 & 12-18 \\ -4+3 & 0-0 & 8-3 \\ 0-6 & -12-3 & 4-6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -8 & -7 & -6 \\ -1 & 0 & 5 \\ -6 & -15 & -2 \end{bmatrix}$$

5. यदि  $Y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $2X + Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$  तो  $X$  निकालिए

(find X)

Ans :-

$$2X = (2X + Y) - Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-3 & 0-2 \\ -3-1 & 2-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore X = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

3.  $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  का व्युत्क्रम ज्ञात करें।

(find the inverse of  $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ )

Ans :-

$$\text{Let } A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (2 \times 5) - (3 \times 6) = 10 - 18 = -8$$

cofactor of the element of  $|A|$  are given by

$$c_{11} = 5, \quad c_{12} = -3$$

$$c_{21} = -6, \quad c_{22} = 2$$

Let B is a matrix whose element are co - factors of matrix A

$$B = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Adjoint of } A = B = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Inverse of } A = \frac{\text{adj of } A}{|A|}$$

$$= \frac{1}{-8} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -6 & 2 \end{bmatrix}$$

4. यदि (If)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  तो  $4A-3B$  निकालिए (then find

6. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$   $AB$  और  $BA$

निकालिए, क्या  $AB=BA$ ? (find  $AB$  and  $BA$ , Is  $AB=BA$ )

Ans :-

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2+10+6 & 3+8+3 & 1+6+3 \\ 6+20+10 & 9+16+5 & 3+12+5 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 18 & 14 & 10 \\ 36 & 30 & 20 \end{bmatrix}$$

$BA$  सम्भव नहीं है क्योंकि  $B$  का order  $3 \times 3$ ,

जबकि A का order 2x3 (BA is not possible because B order is 3x3, A order is 2x3)

$$\therefore AB \neq BA$$

**दीर्घ उत्तरीय प्रश्न ( Long Answer Type Question)**

1. Y का मान ज्ञात कीजिए, यदि  $A+2Y=5B$  दिया हुआ है कि (Find the value of Y if  $A+2Y=5B$ , given by

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 6 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

Ans :-

$$\therefore A + 2Y = 5B$$

$$2Y = 5B - A$$

$$Y = \frac{1}{2}(5B - A)$$

$$5B = 5 \begin{bmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 6 & 2 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -10 & 25 \\ 30 & 10 & 40 \end{bmatrix}$$

$$5B - A = \begin{bmatrix} 15 & -10 & 25 \\ 30 & 10 & 40 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$5B - A = \begin{bmatrix} 14 & -12 & 18 \\ 27 & 8 & 35 \end{bmatrix}$$

$$Y = \frac{1}{2}(5B - A)$$

$$Y = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 14 & -12 & 18 \\ 27 & 8 & 35 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 7 & -6 & 9 \\ 27 & 4 & 35 \\ 2 & & 2 \end{bmatrix}$$

2. यदि तीन आव्यूह A, B, C इस प्रकार है।

(If three matrix are)

$$A = [x, y, z] \quad B = \begin{bmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \text{ तो } ABC \text{ ज्ञात करें (find ABC)}$$

Ans :-

$$ABC = [x, y, z] \times \begin{bmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$ABC = [x, y, z] \times \begin{bmatrix} aX & hY & gZ \\ hX & bY & fZ \\ gX & fY & cZ \end{bmatrix}$$

$$= x(aX + hY + gZ) + y(hX + bY + fZ) + z(gX + fY + cZ)$$

3.

यदि (If)  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -10 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  तो जाँच कर

दिखाइए कि (then verify)  $AB' = B'A'$

Ans :-

$$\text{L.H.S} \quad AB = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -10 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$AB' = \begin{bmatrix} 1+2+6 & 3+0+12 \\ -4-2+10 & -12+0+20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 15 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$(AB)' = \begin{bmatrix} 9 & 4 \\ 15 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\text{R.H.S.} \quad B' = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad A' = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$B'A' = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$B'A' = \begin{bmatrix} 1+2+6 & -4-2+10 \\ 3+0+12 & -12+0+20 \end{bmatrix}$$

$$B'A' = \begin{bmatrix} 9 & 4 \\ 15 & 8 \end{bmatrix}$$

$(AB)' = B'A'$  Proved

4. यदि (If)  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  तो दिखाइए (then show that)

$$A^2 - 5A + 7I = 0$$

Ans :-

$$\text{Given} \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9-1 & 3+2 \\ -3-2 & -1+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$5A = 5 \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix}$$

$$7I = 7 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

Now,

$$A^2 - 5A + 7I = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 0 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0 \end{aligned}$$

$A^2 - 5A + 7I = 0$  Proved

\*Note 'I' denote unit Matrix (एकांक मैट्रिक्स के मुख्य विकर्ण के सभी अवयव इकाई तथा अन्य शून्य होते हैं।)

Jharkhandlab.com

## बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple choice question)

- जिस समुच्चय में एक भी अवयव नहीं हो उसे कहते हैं:-  
(A set that contain no elements is called:-)  
(a) अपरिमित समुच्चय (Infinite Set)  
(b) रिक्त समुच्चय (Null Set or Empty Set)  
(c) एकल समुच्चय (Singleton Set)  
(d) युग्म समुच्चय (Pair Set)
- समतुल्य समुच्चय का उदाहरण है।  
(Example of Equivalent sets is .....)  
(a)  $\{8, 7, 4\} \leftrightarrow \{a, b, c\}$   
(b)  $\{2, 2\} = \{6, 8\}$   
(c)  $\{x, z\} \sim \{3, 4\}$   
(d) सभी (All)
- किसी समुच्चय के सभी सम्भव उप-समुच्चयों के समुच्चय को उस समुच्चय का \_\_\_\_\_ कहते हैं।  
(The Set of all possible subsets of a set is called \_\_\_\_\_ of the set.)  
(a) शक्ति समुच्चय (Power set)  
(b) अधि-समुच्चय (Super set)  
(c) उप-समुच्चय (Sub-set)  
(d) परिमित समुच्चय (Finite set)
- यदि  $A = \{a, b\}$  तो निम्नलिखित में कौन A का उप समुच्चय नहीं है।  
(If  $A = \{a, b\}$ , then which one is not sub-set of A.)  
(a)  $\{0\}$  (b)  $\{a\}$   
(c)  $\{b\}$  (d)  $\phi$
- सममित अन्तर किसके द्वारा निरूपित करते हैं:-  
(Symmetric Difference is denoted by:-)  
(a)  $\subseteq$  (b)  $\notin$   
(c)  $\Leftrightarrow$  (d)  $\Delta$
- यदि (If)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  तथा (and)  $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  तो (then) मान निकालिए Find  $(A \cap B)$ ?  
(a)  $\{3, 4, 5, 6, 7\}$   
(b)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$   
(c)  $\{3, 4, 5, 6\}$   
(d)  $\{1, 2, 3, 9\}$
- $A - (B \cup C) = ?$   
(a)  $(A - B) \cup (A - C)$   
(b)  $(A - B) \cap (A - C)$   
(c)  $(A - B) \cup C$   
(d)  $(A - C) \cup B$
- $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  की घात समुच्चयों में अवयवों की संख्या है।  
(The number of element in the power set of  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  are:-)  
(a) 16 (b) 32  
(c) 64 (d) 80  
Note:- (Power of n element is  $2^n$ )
- यदि  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $\{b, d, e, f\}$  तो  $A \cup B$  का मान होगा।  
(If  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{b, d, e, f\}$  then the value of  $A \cup B$  is :-)  
(a)  $\{d, e, f\}$   
(b)  $\{c, d, e\}$   
(c)  $\{a, b, c, d, e, f\}$   
(d)  $\{b, a\}$
- यदि  $A = \{11, 12, 13, 14, 15, 16\}$  तथा  $B = \{11, 12, 15, 16, 17, 18, 19\}$  हो तो मान निकालिए  $(A - B)$   
(If  $A = \{11, 12, 13, 14, 15, 16\}$  and  $B = \{11, 12, 15, 16, 17, 18, 19\}$  then find  $(A - B)$ .  
(a)  $\{13, 14\}$   
(b)  $\{17, 18, 19\}$   
(c)  $\{11, 12, 15, 16\}$   
(d)  $\{11, 12, 15, 16, 17\}$



11. यदि समष्टि समुच्चय  $X = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ ,  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  तो  $(A')$  का मान होगा।  
(If universal set  $X = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ ,  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  then the value of  $(A')$  will be:  
(a)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$   
(b)  $\{6, 7, 8, 9, \dots, 20\}$   
(c)  $\{1, 2, 3\}$   
(d)  $\{5, 6, 7, 8\}$

Note:-  $A' = (U - A)$

12. यदि  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  तथा  $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  तो मान निकालिए  $A \Delta B$ ।  
(If  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  and  $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , then find  $A \Delta B$ :  
(a)  $\{1, 2\}$   
(b)  $\{8, 9\}$   
(c)  $\{3, 4, 5, 6, 7\}$   
(d)  $\{1, 2, 8, 9\}$

Note:-  $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$

13. यदि  $X = \{1, 2, 3, 4, \dots, 9\}$ ,  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$  हो तो  $X$  के सापेक्ष  $(A \cup B)'$  ज्ञात किजिए।  
(Find  $(A \cup B)'$  with respect to  $X$ )  
(a)  $\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9\}$   
(b)  $\{5, 7, 9\}$   
(c)  $\{5, 7, 8, 9\}$   
(d)  $\{5, 6, 7, 8, 9, 13\}$

14. नीचे दिए गए समुच्चय से, समान समुच्चय जोड़े।  
(From the sets given below, Pair the equal sets)  
(a)  $A = \{5, 7, 8, 9\}$   
(b)  $B = \{a, b, c, d\}$   
(c)  $C = \{1, 5, 7, 8, 9\}$   
(d)  $D = \{8, 5, 6, 4\}$   
(e)  $E = \{5, 9, 8, 7\}$   
(i) a, b (ii) a, d  
(iii) b, e (iv) a, e

15. कौन सा रिक्त समुच्चय है?  
(Which one is empty set?)  
(a) 0  
(b)  $\{\phi\}$   
(c)  $\{x : x \in N, 54 > x > 4\}$   
(d)  $\{x : x \in N, 5x = 10\}$

16. दो समुच्चय असंयुक्त होते हैं, यदि और केवल यदि  
(Two sets are disjoint if and only if)  
(a)  $A \cap B = \phi$  (b)  $A \cap B \neq \phi$   
(c)  $A - B \neq \phi$  (d)  $A - B = B$

17. एकल समुच्चय क्या है?  
(What is singleton set?)  
(a) यह एक अकेला समुच्चय है। (It is a single set)  
(b) यह एक अव्युत्क्रमणीय आव्यूह है। (It is a singular Matrix)  
(c) यह एक रिक्त समुच्चय है (It is a null set)  
(d) यह एक अवयव का समुच्चय है (It is a set with a single element)
18. समुच्चय  $A = \{0, 3\}$  के सभी उप-समुच्चय निम्नलिखित में कौन हैं?  
(Which are the following sub-sets of  $A = \{0, 3\}$ :)

- (a)  $\{0\}, \{3\}$   
(b)  $\{0\}, \{3\}, \{0, 3\}$   
(c)  $\{0\}, \{3\}, \{0, 3\}, \{\phi\}$   
(d)  $\{0\}, \{3\}, \{0, 3\}, \phi$

19. यदि  $A = \{p, q, r, s\}$ ,  $B = \{q, s, t\}$ ,  $C = \{m, q, n\}$  तो  $C - (A \cap B)$  निकालिए।  
(If  $A = \{p, q, r, s\}$ ,  $B = \{q, s, t\}$ ,  $C = \{m, q, n\}$ , find  $C - (A \cap B)$ .)  
(a)  $\{m, n\}$  (b)  $\{p, q\}$   
(c)  $\{r, s\}$  (d)  $\{p, r\}$

20. If  $A = \{2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 5\}$ , find  $A \cup B$ .

यदि  $A = \{2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 5\}$ , तो  $A \cup B$  ज्ञात करें।  
(a)  $\{3, 5\}$  (b)  $\phi$   
(c)  $\{2, 3, 4, 5\}$  (d)  $\{2, 3\}$

ANSWER

- |        |         |        |
|--------|---------|--------|
| (1) b  | (2) d   | (3) a  |
| (4) a  | (5) d   | (6) a  |
| (7) b  | (8) b   | (9) c  |
| (10) a | (11) b  | (12) d |
| (13) b | (14) iv | (15) b |
| (16) e | (17) d  | (18) d |
| (19) a | (20) c  |        |

1. यदि  $A = \{3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{6, 8, 10\}$ , तो निकालिए:

(a)  $(A \cup B)$  (b)  $(A \cap B)$

(If  $A = \{3, 5, 7, 9\}$ ;  $B = \{6, 8, 10\}$  then find :

(a)  $A \cup B$  (b)  $A \cap B$

Ans:- (a)  $(A \cup B) \Rightarrow \{3, 5, 7, 9\} \cup \{6, 8, 10\}$

$$(A \cup B) \Rightarrow \{3, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

(b)  $(A \cap B) \Rightarrow \{3, 5, 7, 9\} \cap \{6, 8, 10\}$

$$(A \cap B) \Rightarrow \{\phi\}$$

2. यदि (If)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ,  $C = \{3, 5, 7\}$  तो ज्ञात किजिए। (then find.)

(a)  $(A \cup B) \cap C$

(b)  $A \cap (B \cap C)$

(c)  $A - (B - C)$

Ans:- (a)  $(A \cup B) \cap C = ?$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad B = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$(A \cup B) \Rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{2, 4, 6, 8\}$$

$$(A \cup B) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$C = \{3, 5, 7\}$$

$$(A \cup B) \cap C = \{3, 5\}$$

(b)  $A \cap (B \cap C) = ?$

$$\text{दिया है (Given) } B = \{2, 4, 6, 8\}, C = \{3, 5, 7\}$$

$$(B \cap C) = \{\phi\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \cap (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{\phi\}$$

$$A \cap (B \cap C) = \{\phi\}$$

(c)  $A - (B - C) = ?$

$$\text{दिया है (Given) } A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$C = \{3, 5, 7\}$$

$$(B - C) = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$A - (B - C) = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{2, 4, 6, 8\}$$

$$A - (B - C) = \{1, 3, 5\}$$

3. यदि  $n(A \cup B) = 50$ ,  $n(A) = 28$  तथा  $n(B) = 32$ , तो  $n(A \cap B)$  का मान ज्ञात कीजिए।  
(If  $n(A \cup B) = 50$ ,  $n(A) = 28$  and  $n(B) = 32$ , then find  $n(A \cap B)$ .)

Ans:- प्रश्न से If  $n(A \cup B) = 50$ ,  $n(A) = 28$  and  $n(B) = 32$   
 $n(A \cap B) = ?$

$$\text{सूत्र (Formula) } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

सूत्र में मान रखने पर (Putting values in formula)

$$\Rightarrow 50 = 28 + 32 - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 50 = 60 - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 60 - 50$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

4. 26 व्यक्तियों के समूह में 8 व्यक्ति कॉफी के स्थान पर चाय लेते हैं तथा 16 व्यक्ति चाय लेते हैं। कितने व्यक्ति केवल कॉफी लेते हैं और चाय नहीं लेते हैं?

(In a group of 26 persons, 8 persons take tea, instead of coffee and 16 persons take tea. How many person take only coffee and not tea.)

Ans:- मान लीजिए चाय को T से तथा कॉफी को C से दर्शाएँ, तो (Let represent Tea as T and coffee as C, now)

$$n(T \cup C) = 26$$

$$n(T) = 16$$

अब उन व्यक्तियों को लेते हैं जो कॉफी लेते हैं लेकिन चाय नहीं लेते (Now, People who take only coffee and not tea are:)

$$n(c) - n(T \cap C) = ?$$

सूत्र (Formula),

$$n(T \cup C) = n(T) + n(C) - n(T \cap C)$$

$$26 = 16 + n(C) - n(T \cap C)$$

$$\text{or, } n(C) - n(T \cap C) = 26 - 16$$

$$\text{or, } n(C) - n(T \cap C) = 10$$

5. 5000 जनसंख्या वाले एक नगर में 2800 व्यक्ति हिन्दुस्तान पढ़ते हैं, 2300 व्यक्ति प्रभात पढ़ते हैं तथा 400 व्यक्ति दोनों पढ़ते हैं कितने व्यक्ति कोई सा भी अखबार नहीं पढ़ते हैं। (In a town of population 5000, 2800 persons read Hindustan, 2300 read Prabhat and 400 read both. How many do not read any newspaper?)

**Ans:-** माना हिन्दुस्तान पढ़ने वाले H से तथा प्रभात पढ़ने वाले P से प्रदर्शित करें, तब (Let represent people reading Hindustan by H and Prabhat by P, Now)

दिया है (Given),

$$n(H) = 2800, n(P) = 2300$$

$$n(H \cup P) = 400$$

सूत्र (Formula),

$$n(H \cup P) = n(H) + n(P) - n(H \cap P)$$

$$400 = 2800 + 2300 - n(H \cap P)$$

$$\text{or, } n(H \cap P) = 2800 + 2300 - 400$$

$$\text{or, } n(H \cap P) = 4700$$

दो अखबारों में से कम-से-कम एक अखबार पढ़ने वाले की जनसंख्या = 4700

(No. of people reading no newspaper = 4700).

कोई भी अखबार नहीं पढ़ने वाले व्यक्ति (No. of people reading no newspaper)

$$\Rightarrow 5000 - 4700$$

$$\Rightarrow 300 \text{ people.}$$

6. हिन्दी और अंग्रेजी बोलने वाले 560 लोगों में से 390 केवल हिन्दी बोलते हैं और 230 केवल अंग्रेजी। वैसे लोगों की संख्या निकालिए जो हिन्दी और अंग्रेजी दोनों बोलते हैं?

**(Out of 560 persons speaking Hindi or English or both languages, 390 can speak only Hindi and 230 can speak only English. How many persons can speak both Hindi and English?)**

**Ans:-** दिया है (Given)  $n(H \cup E) = 560$

$$n(H) = 390$$

$$n(E) = 230$$

अतः (Now),  $n(H \cup E) = n(H) + n(E) - n(H \cap E)$

$$560 = 390 + 230 - n(H \cap E)$$

$$\text{or, } n(H \cap E) = 620 - 560$$

$$\text{or, } n(H \cap E) = 60$$

60 लोग हिन्दी और अंग्रेजी दोनों बोलते हैं।

(60 People can speak both hindi and English)

7. एक कक्षा में 50 विद्यार्थी हैं। इनमें से प्रत्येक विद्यार्थी हिन्दी या उर्दू या दोनों पढ़ते हैं। यदि 21 विद्यार्थी हिन्दी पढ़ते हैं तथा 10 विद्यार्थी हिन्दी तथा उर्दू दोनों पढ़ते हैं तो बताइए कि कितने विद्यार्थी उर्दू पढ़ते हैं, कितने केवल उर्दू पढ़ते हैं और कितने केवल हिन्दी पढ़ते हैं?

**(In a class there are 50 students out of them students study either Hindi or Urdu or Both. If 21 Students study Hindi and 10 students study Hindi, Urdu both then how many students study urdu, How many students study Urdu only and how many Hindi only?)**

**Ans:-** दिया है (Given),  $n(H \cup U) = 50$

$$n(H) = 21$$

$$n(H \cap U) = 10$$

सूत्र (Formula),

$$n(H \cup U) = n(H) + n(U) - n(H \cap U)$$

$$\text{or, } 50 = 21 + n(U) - 10$$

$$\text{or, } n(U) = 39$$

केवल उर्दू पढ़ने वालों की संख्या (Only Urdu)

$$= n(U) - n(H \cap U)$$

$$= 39 - 10 = 29$$

केवल हिन्दी पढ़ने वालों की संख्या (Only Hindi)

$$= n(H) - n(H \cap U)$$

$$= 21 - 10 = 11.$$

8. 60 विद्यार्थियों के समूह में, 30 विद्यार्थी केवल फुटबॉल तथा 20 केवल टेनिस खेलते हैं। कितने विद्यार्थी फुटबॉल तथा टेनिस दोनों खेलते हैं।

(Out of a group of 60 students, 30 students play only football and 20 play only tennis. How many students who play football and tennis.)

Ans:- Let (माना कि),

F = फुटबॉल खेलने वाले (Football players)

T = टेनिस खेलने वाले (Tennis players)

दिया है (Given),

$$n(F \cup T) = 60, n(F - T) = 30, n(T - F) = 20$$

$$n(F \cap T) = ?$$

सूत्र (Formula),

$$n(F \cup T) = n(F - T) + n(T - F) + n(F \cap T)$$

$$\Rightarrow 60 = 30 + 20 + n(F \cap T)$$

$$\Rightarrow n(F \cap T) = 60 - 50$$

$$\Rightarrow n(F \cap T) = 10.$$

9. एक विद्यालय में 60% विद्यार्थियों ने राष्ट्रीय कोष में तथा 70% विद्यार्थियों ने राष्ट्रीय बचत योजना में चंदा दिया। कितने प्रतिशत विद्यार्थियों ने दोनों ही योजनाओं में चंदा दिया।

(In a school 60% students contributed in national defence Fund and 70% students contributed in National saving scheme. How many students contributed in both the schemes.)

Ans:- Let,

A = राष्ट्रीय सुरक्षा कोष में चंदा देने वाले विद्यार्थी (Students contributed in National Defence Fund.)

B = राष्ट्रीय बचत योजना में चंदा देने वाले विद्यार्थी (Students contributed in national saving scheme)

दिया है (Given),

$$n(A \cup B) = 100, n(A) = 60, n(B) = 70$$

$$n(A \cap B) = ?$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 100 = 60 + 70 - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 130 - 100$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 30$$

30 विद्यार्थी दोनों योजना में चंदा देते हैं।

(30 students contribute in both scheme.)

10. 60 विद्यार्थियों में से 35 विद्यार्थी हॉकी खेलते हैं, 20 विद्यार्थी हॉकी और क्रिकेट दोनों खेलते हैं। बतायें कितने केवल क्रिकेट खेलते हैं।

Ans:- माना कि, (Let)

H = हॉकी खेलने वाले विद्यार्थी  
(Hockey Players)

C = क्रिकेट खेलने वाले विद्यार्थी  
(Cricket Players)

दिया है (Given),

$$n(H \cup C) = 60, n(H) = 35, n(H \cap C) = 20,$$

$$n(C) = ?, n(C - H) = ?$$

$$n(H \cup C) = n(H) + n(C) - n(H \cap C)$$

$$\text{or, } 60 = 35 + n(C) - 20$$

$$\text{or, } 60 = 15 + n(C) \text{ or, } n(C) = 45$$

केवल क्रिकेट (Only Cricket)

$$n(C - H) = n(C) - n(H \cap C)$$

$$= 45 - 20 \text{ or, } n(C - H) = 25$$

11. समुच्चय संक्रियाओं से 12, 15, 18 का महत्तम समापवर्त्य ज्ञात करें। (Using set operation, Find out HCF of 12, 15, 18)

Ans:- माना कि (Let),

A = 12 के अपवर्तकों का समुच्चय (Factor of 12)  
= {2, 2, 3}

B = 15 के अपवर्तकों का समुच्चय (Factor of 15)

$$= \{3, 5\}$$

C = 18 के अपवर्तको का समुच्चय (Factor of 18)

$$= \{2, 3, 3\}$$

$A \cap B \cap C = \{3\}$  अतः अभीष्ट महत्तम समापवर्त्य

3 है।

So, HCF of 12, 15, 18 is 3.

12. समुच्चय के प्रयोग से 18, 24 और 30 का म०स० निकालिए।

(Find HCF of 18, 24, and 30 by using set)

Ans:- माना कि (Let),

A = 18 के अपवर्तको का समुच्चय (Factor of 18)

$$= \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

B = 24 के अपवर्तको का समुच्चय (Factor of 24)

$$= \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

C = 30 के अपवर्तको का समुच्चय (Factor of 30)

$$= \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

$$\therefore A \cap B \cap C = \{1, 2, 3, 6\}$$

6 सबसे बड़ी संख्या है

अतः अभीष्ट म०स० = 6 (HCF is 6.)

13. समुच्चय विधि से 4, 8, 12 का लघुतम समापवर्त्य निकालिए। (Calculate LCM of 4, 8, 12 by set method).

Ans:- माना कि (Let)

A = 4 के अपवर्त्यों का समुच्चय (multiple of 4)

$$= \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, \dots\}$$

B = 8 के अपवर्त्यों का समुच्चय (multiple of 8)

$$= \{8, 16, 24, 32, 40, 48, \dots\}$$

C = 12 के अपवर्त्यों का समुच्चय (multiple of 12)

$$= \{12, 24, 36, 48, 60, \dots\}$$

$$A \cap B \cap C = \{24, 48, \dots\}$$

सबसे छोटा अंक 24 (अभीष्ट लघुतम समापवर्त्य) (LCM = 24).

14. समुच्चय विधि से 4, 6, 8 लघुतम समापवर्त्य निकालिए। (Calculate LCM of 4, 6, 8 by set method.)

Ans:- माना कि (Let)

A = 4 के अपवर्त्यों का समुच्चय (multiple of 4)

$$= \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, \dots\}$$

B = 6 के अपवर्त्यों का समुच्चय (multiple of 6)

$$= \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, \dots\}$$

C = 8 के अपवर्त्यों का समुच्चय (multiple of 8)

$$= \{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, \dots\}$$

$$(A \cap B \cap C) = \{24, 48\}$$

सबसे छोटा अंक 24

अभीष्ट लघुतम समापवर्त्य = 24

$$\text{LCM} = 24.$$

### दीर्घ उत्तरीय प्रश्न ( Long Answer Type Question)

1. सिद्ध किजिए कि (Prove that):-

$$A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$$

Ans:- माना कि (Let),

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$\text{L.H.S.} = A \cap (B - C)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{3\} = \{3\}$$

$$\text{R.H.S.} = (A \cap B) - (A \cap C)$$

$$(A \cap B) = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$(A \cap C) = \{4, 5, 6, 7\}$$

$$(A \cap B) - (A \cap C) = \{3\}$$

$$\therefore A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$$

$$\{3\} = \{3\} \text{ सिद्ध (Proved).}$$

2. किन्हीं दो समुच्चयों 'A' तथा 'B' के लिए सिद्ध किजिए कि (For any two sets 'A' and 'B' Prove that):

$$P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B)$$

Ans:- माना कि (Let),

$$x \in P(A) \cup P(B)$$

$$\{x\} \in P(A) \text{ या } \{x\} \in P(B)$$

$$x \subseteq A \text{ या } x \subseteq B$$

$$x \subseteq A \cup B$$

$$x \in P(A \cup B)$$

अतः (so)  $P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B)$

टिप्पणी (Note):- यह आवश्यक नहीं है कि

$$P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$$

उदाहरण (Example),

$$A = \{1, 2\} \quad B = \{2, 3\}$$

$$P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$$

$$P(B) = \{\phi, \{2\}, \{3\}, \{2, 3\}\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3\}$$

$$P(A \cup B) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

$$P(A) \cup P(B) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}\}$$

$$P(A) \cup P(B) \neq P(A \cup B)$$

तब भी (then also)

$$P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B)$$

$P(A) \cup P(B)$  के सभी सदस्य समुच्चय  $P(A \cup B)$  के भी हैं।

(All elements of  $P(A) \cup P(B)$  is present in  $P(A \cup B)$  so.

$P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B)$  सिद्ध (Proved).

रिक्त स्थानों को भरें ( Fill in the blanks )

1.  $\frac{d}{dx}(x^2) = \dots\dots\dots$

2.  $\frac{d}{dx}(x^n) = \dots\dots\dots$

3.  $\frac{d}{dx}(e^x) = \dots\dots\dots$

4.  $\frac{d}{dx}(\log x) = \dots\dots\dots$

5.  $\frac{d}{dx}(ax + b) = \dots\dots\dots$

6.  $\frac{d}{dx}(x^3 + x^2) = \dots\dots\dots$

7.  $\frac{d}{dx}(5) = \dots\dots\dots$

8.  $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \dots\dots\dots$

9.  $\frac{d}{dx}(\tan x) = \dots\dots\dots$

10.  $\frac{d}{dx}(2^x) = \dots\dots\dots$

## ANSWER

1)  $2x$     2)  $nx^{n-1}$     3)  $e^x$     4)  $\frac{1}{x}$     5)  $a$

6)  $3x^2 + 2x$     7)  $0$     8)  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

9)  $\sec^2 x$     10)  $2^x \log 2$

लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer type question)

1. Differentiate  $3x^5 + 3x^3 - 5$

Ans : -    Let  $y = 3x^5 + 3x^3 - 5$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{dy}{dx} &= 3 \times 5x^4 + 3 \times 3x^2 - 0 \\ &= 15x^4 + 9x^2 \\ &= x^2(15x^2 + 9) \end{aligned}$$

2. If  $y = (x^3 + 3x)^2$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

Ans : - We have  $y = (x^3 + 3x)^2$   
 $= (x^3)^2 + 2 \cdot x^3 \cdot 3x + (3x)^2$   
 $= x^6 + 6x^4 + 9x^2$   
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^6 + 6x^4 + 9x^2)$   
 $= \frac{d}{dx}(x^6) + \frac{d}{dx}(6x^4) + \frac{d}{dx}(9x^2)$   
 $= 6x^5 + 6 \times 4x^3 + 9 \times 2x$   
 $= 6x^5 + 24x^3 + 18x$

3. If  $y = x^4 + 4x^3 + 5x - 6$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

Ans : -  $\therefore y = x^4 + 4x^3 + 5x - 6$   
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^4 + 4x^3 + 5x - 6)$   
 $= \frac{d}{dx}(x^4) + \frac{d}{dx}(4x^3) + \frac{d}{dx}(5x) - \frac{d}{dx}(6)$   
 $= 4x^3 + 12x^2 + 5$

4. Differentiate  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2}$

Ans : -  $\therefore y = \frac{x^2 + 1}{x^2}$   
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^2 + 1}{x^2}\right)$   
 $= \frac{x^2 \cdot \frac{d}{dx}(x^2 + 1) - (x^2 + 1) \cdot \frac{d}{dx}x^2}{(x^2)^2}$   
 $= \frac{x^2(2x + 0) - (x^2 + 1)2x}{x^4}$   
 $= \frac{2x^3 - 2x^3 - 2x}{x^4} = \frac{-2x}{x^4} = \frac{-2}{x^3}$

5. if  $y = \sqrt{1 + x^2}$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

Ans : -  $\therefore y = \sqrt{1 + x^2}$   
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\sqrt{1 + x^2})$

$$= \frac{d(\sqrt{1+x^2})}{d(1+x^2)} \times \frac{d(1+x^2)}{dx}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}} \times 2x = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

6. If  $y = \sin\sqrt{x}$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

Ans : -  $\because y = \sin\sqrt{x}$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d(\sin\sqrt{x})}{d(\sqrt{x})} \times \frac{d(\sqrt{x})}{dx}$$

$$= \cos\sqrt{x} \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$$

7. If  $x^3 + y^3 = 3axy$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

Ans : -  $\because x^3 + y^3 = 3axy$ .

$$\frac{d(x^3)}{dx} + \frac{d(y^3)}{dy} \times \frac{dy}{dx}$$

$$= 3a \left[ x \frac{dy}{dx} + y \cdot 1 \right]$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 3y^2 \frac{dy}{dx} = 3a \left( y + x \frac{dy}{dx} \right)$$

$$\Rightarrow 3y^2 \frac{dy}{dx} - 3ax \frac{dy}{dx} = 3ay - 3x^2$$

$$\Rightarrow (3y^2 - 3ax) \frac{dy}{dx} = 3ay - 3x^2$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{3(ay - x^2)}{3(y^2 - ax)} = \frac{ay - x^2}{y^2 - ax}$$

8. If  $y = 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

Ans : -

$$\because y = 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(4x^3 - 3x^2 + 2x + 1)$$

$$= \frac{d}{dx}(4x^3) - \frac{d}{dx}(3x^2) + \frac{d}{dx}(2x) + \frac{d}{dx}(1)$$

$$= 12x^2 - 6x + 2$$

9. If  $y = (x^3 + 2x^6)(x^2 - x)$  then find  $\frac{dy}{dx}$ .

Ans : -  $y = (x^3 + 2x^6)(x^2 - x)$

$$= x^5 - x^4 + 2x^8 - 2x^7$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^5 - x^4 + 2x^8 - 2x^7)$$

$$= 5x^4 - 4x^3 + 16x^7 - 14x^6$$

$$= 16x^7 - 14x^6 + 5x^4 - 4x^3$$

10. If  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

Ans : -

$$\because y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(ax^3 + bx^2 + cx + d)$$

$$= \frac{d}{dx}(ax^3) + \frac{d}{dx}(bx^2) + \frac{d}{dx}(cx) + \frac{d}{dx}(d)$$

$$= 3ax^2 + 2bx + c$$

11. If  $y = (3x^2 + 1)(x^3 + 2x)$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

Ans : -

$$\because y = (3x^2 + 1)(x^3 + 2x)$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = (x^3 + 2x) \frac{d}{dx}(3x^2 + 1) + (3x^2 + 1) \frac{d}{dx}(x^3 + 2x)$$

$$= (x^3 + 2x)(6x) + (3x^2 + 1)(3x^2 + 2)$$

$$= 6x^4 + 12x^2 + 9x^4 + 6x^2 + 3x^2 + 2$$

$$= 15x^4 + 21x^2 + 2$$

12. If  $y = 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

Ans : -  $\because y = 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(4x^3 - 3x^2 + 2x + 1)$$

$$= 12x^2 - 6x + 2$$

13. If  $y = (1 + x^3)^7$  then find  $\frac{dy}{dx}$ .

Ans : -  $\because y = (1 + x^3)^7$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d(1 + x^3)^7}{d(1 + x^3)} \times \frac{d(1 + x^3)}{dx}$$

$$= 7(1 + x^3)^6 \times 3x^2 = 21x^2(1 + x^3)^6$$



## बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple choice question)

1.  $\int \frac{dx}{1+x^2} = \dots\dots\dots$

- a)  $\sin^{-1}x + c$                       b)  $\tan^{-1}x + c$   
c)  $\log(1+x^2) + c$                 d)  $\cot^{-1}x + c$

2.  $\int \frac{2x}{1+x^2} = \dots\dots\dots$

- a)  $\sin^{-1}x + c$                       b)  $\tan^{-1}x + c$   
c)  $\log(1+x^2) + c$                 d)  $\cot^{-1}x + c$

3.  $\int x^n dx = \dots\dots\dots$

- a)  $x^{n+1} + c$                         b)  $x^{n-1} + c$   
c)  $\frac{x^n}{n+1} + c$                         d)  $\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

4.  $\int e^{2x} dx = \dots\dots\dots$

- a)  $2e^x + c$                             b)  $e^x + c$   
c)  $\frac{e^{2x}}{2} + c$                             d)  $\frac{e^{-2x}}{2} + c$

5.  $\int \frac{1}{x} dx = \dots\dots\dots$

- a)  $-\frac{1}{x^2} + c$                             b) 1  
c)  $\log x + c$                             d) None of these

6.  $\int \sqrt{x} dx = \dots\dots\dots$

- a)  $x^{1/2} + c$                             b)  $x^{3/2} + c$   
c)  $\frac{2}{3}x^{3/2} + c$                         d) None of these

7.  $\int (3x+5)dx = \dots\dots\dots$

- a)  $3x^2 + 5x + c$                       b)  $3x^3 + 5x + c$   
c)  $\frac{3x^2}{5} + c$                             d)  $\frac{3x^2}{2} + 5x + c$

## ANSWER

- (1) b                      (2) c                      (3) d  
(4) c                      (5) c                      (6) c  
(7) d

## रिक्त स्थानों को भरें ( Fill in the blanks )

1.  $\int (x^{2/3} + 1)dx = \dots\dots\dots$

2.  $\int (4e^{3x} + 1)dx = \dots\dots\dots$

3.  $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx = \dots\dots\dots$

4.  $\int (x+2)dx = \dots\dots\dots$

5.  $\int e^x [f(x) + f'(x)]dx = \dots\dots\dots$

6.  $\int \frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} dx = \dots\dots\dots$

7.  $\int \sqrt{ax+b} dx = \dots\dots\dots$

## ANSWER

1.  $\frac{3}{5}x^{5/3} + x + c$

2.  $\frac{4}{3}e^{3x} + x + c$

3.  $\frac{2}{3}x^{3/2} + 2x^{1/2} + c$

4.  $\frac{x^2}{2} + 2x + c$

5.  $e^x \cdot f(x) + c$

6.  $\tan x - x + c$

7.  $\frac{2(ax+b)^{3/2}}{3a}$

लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer type question)

1. Evaluate  $\int \frac{x+1}{x-1} dx$

Ans :-

$$\begin{aligned} \text{We have } I &= \int \frac{x+1}{x-1} dx \\ &= \int \frac{x-1+2}{x-1} dx \\ &= \int \left( \frac{x-1}{x-1} + \frac{2}{x-1} \right) dx \\ &= \int \left( 1 + \frac{2}{x-1} \right) dx \\ &= \int 1 dx + \int \frac{2}{x-1} dx \\ &= x + 2 \log|x-1| + c \end{aligned}$$

2. Evaluate  $\int (4x^3 + 3x^2 + 2x + 4) dx$

Ans :-

$$\begin{aligned} \text{We have } I &= \int (4x^3 + 3x^2 + 2x + 4) dx \\ &= \int 4x^3 dx + \int 3x^2 dx + \int 2x dx + \int 4 dx \\ &= 4 \cdot \frac{x^4}{4} + 3 \cdot \frac{x^3}{3} + 2 \cdot \frac{x^2}{2} + 4x + c \\ &= x^4 + x^3 + x^2 + 4x + c \end{aligned}$$

3. Integrate  $\int e^{3x-5} dx$

Ans :-

$$\begin{aligned} \text{We have } I &= \int e^{3x-5} dx \\ \text{Put } 3x-5 &= t \\ \therefore 3dx &= dt \\ \therefore dx &= \frac{1}{3} dt \\ \therefore I &= \frac{1}{3} \int e^t dt = \frac{1}{3} e^t + c = \frac{1}{3} e^{3x-5} + c \end{aligned}$$

4. Evaluate  $\int \frac{x^4 + 3x^2 + 1}{x^3} dx$

Ans :-

$$\begin{aligned} \text{We have } I &= \int \frac{x^4 + 3x^2 + 1}{x^3} dx \\ &= \int \left( \frac{x^4}{x^3} + \frac{3x^2}{x^3} + \frac{1}{x^3} \right) dx \\ &= \int \left( x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \right) dx \\ &= \int x dx + 3 \int \frac{1}{x} dx + \int \frac{1}{x^3} dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{x^2}{2} + 3 \log|x| + \left( \frac{-1}{2x^2} \right) + c \\ &= \frac{x^2}{2} + 3 \log|x| - \frac{1}{2x^2} + c \end{aligned}$$

5. Evaluate  $\int 4x^2 \sqrt{x^3 + 3} dx$

Ans :-

$$\begin{aligned} \text{We have } I &= \int 4x^2 \sqrt{x^3 + 3} dx \\ \text{Put } x^3 + 3 &= t \quad \therefore 3x^2 dx = dt \\ \therefore x^2 dx &= \frac{1}{3} dt \\ \therefore I &= \frac{4}{3} \int \sqrt{t} dt = \frac{4}{3} \frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c \\ &= \frac{4}{3} \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \frac{4}{3} \times \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} + c \\ &= \frac{8}{9} (x^3 + 3)^{\frac{3}{2}} + c \end{aligned}$$

6. Evaluate  $\int \left( \frac{1+x \log x}{x} \right) e^x dx$

Ans :-

$$\begin{aligned} \text{We have } I &= \int \left( \frac{1+x \log x}{x} \right) e^x dx \\ &= \int e^x \left( \log x + \frac{1}{x} \right) dx \dots\dots\dots \text{eqn(1)} \end{aligned}$$

Let  $f(x) = \log x \quad \therefore f'(x) = \frac{1}{x}$

$\therefore$  From eqn(1)

$$\begin{aligned} I &= \int e^x [f(x) + f'(x)] dx \\ &= e^x f(x) + c \\ &= e^x \log x + c \end{aligned}$$

7. Integrate  $\frac{2x}{1+x^2}$

Ans :-

$$\begin{aligned} \text{We have } I &= \int \frac{2x}{1+x^2} dx \\ \text{Put } 1+x^2 &= t \quad \therefore 2x dx = dt \\ \therefore I &= \int \frac{dt}{t} = \log|t| + c \\ &= \log|1+x^2| + c \end{aligned}$$

8. Evaluate  $\int \frac{(x^3 + 8)(x - 1)}{x^2 - 2x + 4} dx$

Ans :-

$$\begin{aligned} \text{We have } I &= \int \frac{(x^3 + 8)(x - 1)}{x^2 - 2x + 4} dx \\ &= \int \frac{(x^3 + 2^3)(x - 1)}{x^2 - 2x + 4} dx \\ &= \int \frac{(x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x - 1)}{(x^2 - 2x + 4)} dx \\ &= \int (x + 2)(x - 1) dx \\ &= \int (x^2 + x - 2) dx \\ &= \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x + c \end{aligned}$$

9. If  $\frac{dy}{dx} = 5x^2 + 2$ , then find the value of y.

Ans :-

$$\begin{aligned} \text{We have } \frac{dy}{dx} &= 5x^2 + 2 \\ \therefore dy &= (5x^2 + 2) dx \\ \text{Integrating both sides, we get} \\ \int dy &= \int (5x^2 + 2) dx \\ y &= 5 \cdot \frac{x^3}{3} + 2x + c \\ \therefore y &= \frac{5}{3}x^3 + 2x + c \end{aligned}$$

10. Evaluate  $\int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx$

Ans :-

$$\begin{aligned} \text{We have } I &= \int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx = \int \frac{x^2 - 1 + 2}{x - 1} dx \\ &= \int \left( \frac{x^2 - 1}{x - 1} + \frac{2}{x - 1} \right) dx \\ &= \int \left[ (x + 1) + \frac{2}{x - 1} \right] dx \\ &= \frac{x^2}{2} + x + 2 \log(x - 1) + c \end{aligned}$$

11. Integrate  $\int \left( 6e^x - \frac{3}{x^2} \right) dx$

Ans :-

$$\begin{aligned} \text{We have } I &= \int \left( 6e^x - \frac{3}{x^2} \right) dx \\ &= \int 6e^x dx - \int \frac{3}{x^2} dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 6 \int e^x dx - 3 \int \frac{1}{x^2} dx \\ &= 6e^x - 3 \left( -\frac{1}{x} \right) + c \\ &= 6e^x + \frac{3}{x} + c \end{aligned}$$

12. Evaluate  $\int (4x^3 - 3x^2 + 2x + 1) dx$

Ans :-

$$\begin{aligned} \text{We have } I &= \int (4x^3 - 3x^2 + 2x + 1) dx \\ &= \int 4x^3 dx - \int 3x^2 dx + \int 2x dx + \int 1 dx \\ &= 4 \cdot \frac{x^4}{4} - 3 \cdot \frac{x^3}{3} + 2 \cdot \frac{x^2}{2} + x + c \\ &= x^4 - x^3 + x^2 + x + c \end{aligned}$$

13. Evaluate  $\int (ax^3 + bx^2 + cx + d) dx$

Ans :-

$$\begin{aligned} \text{We have } I &= \int (ax^3 + bx^2 + cx + d) dx \\ &= \int ax^3 dx + \int bx^2 dx + \int cxdx + \int ddx \\ &= a \cdot \frac{x^4}{4} + b \cdot \frac{x^3}{3} + c \cdot \frac{x^2}{2} + dx + k \quad \left( \text{where } k = \text{constant} \right) \\ \therefore I &= \frac{ax^4}{4} + \frac{bx^3}{3} + \frac{cx^2}{2} + dx + k \end{aligned}$$

14. Evaluate  $I = \int \frac{(x - 3)^2}{\sqrt{x}} dx$

Ans :-

$$\begin{aligned} \text{We have } I &= \int \frac{(x - 3)^2}{\sqrt{x}} dx \\ &= \int \frac{x^2 - 6x + 9}{\sqrt{x}} dx = \int (x^{3/2} - 6x^{1/2} + 9x^{-1/2}) dx \\ &= \frac{x^{3/2} + 1}{3/2 + 1} - 6 \cdot \frac{x^{1/2} + 1}{1/2 + 1} + 9 \cdot \frac{x^{-1/2} + 1}{-1/2 + 1} + c \\ &= \frac{x^{5/2}}{5/2} - 6 \cdot \frac{x^{3/2}}{3} + 9 \cdot \frac{x^{1/2}}{1} + c \\ &= \frac{2}{5} x^{5/2} - 6 \times \frac{2}{3} x^{3/2} + 9 \times 2x^{1/2} + c \\ &= \frac{2}{5} x^{5/2} - 4x^{3/2} + 18x^{1/2} + c \end{aligned}$$

15. Evaluate  $\int x\sqrt{x^2+5} dx$

Ans :-

We have  $I = \int x\sqrt{x^2+5} dx$

Put  $x^2+5 = t \therefore 2x dx = dt$

$\therefore x dx = \frac{1}{2} dt$

$\therefore I = \frac{1}{2} \int \sqrt{t} dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} (x^2+5)^{\frac{3}{2}} + c$

$= \frac{1}{3} (x^2+5)^{\frac{3}{2}} + c$

Jharkhandlab.com

Jharkhandlab.com

# PART - B

## सांख्यिकी Statistics

Jharkhandlab.com

## बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple Choice Questions)

सही विकल्प का चुनाव कीजिए (Choose the correct option)

- 5, 8, 11, 16, 15 का माध्य है (Mean of 5, 8, 11, 16, 15 is):  
(a) 13 (b) 10  
(c) 11 (d) 12
- 12 परिवारों की दैनिक मजदूरी क्रमशः (Daily wages of 12 families are respectively) 280, 180, 96, 98, 104, 75, 80, 94, 100, 75, 600 व 200 है। समान्तर माध्य की गणना करें (what is the Arithmetic mean.)  
(a) 165.16 (b) 182  
(c) 171 (d) 178
- समान्तर माध्य की गणना के लिए वर्ग-अंतराल होने चाहिए (For the calculation of arithmetic mean the class intervals should be ) :  
(a) अपवर्जी (Exclusive)  
(b) असमान (Unequal)  
(c) समान (Equal)  
(d) सभी सम्भव हैं (All are possible)
- कौन-सा माध्य चरम प्रेक्षणों से सर्वाधिक प्रभावित होता है? (Which average is affected most by extreme observations?)  
(a) माध्यिका (Median)  
(b) बहुलक (Mode)  
(c) समान्तर माध्य (Arithmetic mean)  
(d) गुणोत्तर माध्य (Geometric mean)
- अवलोकनों का ..... से विचलनों का योग, शून्य होता है : (The sum of the deviations of Individual observations is always zero form) :  
(a) माध्य (Mean) (b) हरात्मक माध्य (H.M.)  
(c) गुणोत्तर माध्य (G.M.) (d) बहुलक (mode)
- माध्य, केन्द्रीय प्रवृत्ति की एक अच्छी विधि है क्योंकि : (The arithmetic mean is best measure of central Tendency because :)  
(a) सबसे स्थिर माप (Most stable measure)  
(b) गणना करने में आसान (Easy to calculate)  
(c) सभी मूल्यों पर आधारित (Based on all observation only)  
(d) इनमें सभी (All of these)
- यदि 5 संख्याओं का माध्य 13 है, तो इन संख्याओं का योग क्या होगा ( if the mean of 5 numbers are 13 what will be total of these numbers?)  
(a) 55 (b) 65  
(c) 18 (d) 75

- कौन-सा माध्य चरम मूल्यों से प्रभावित होता है ?-  
(a) बहुलक (b) माध्यिका  
(c) माध्य (d) इनमें कोई नहीं

Which average is affected most by extreme observations?

- Mode
- Median
- Mean
- none of these

- श्रेणी के व्यक्तिगत अवलोकनों के विचलनों का योग शून्य होता है:

- बहुलक से
- माध्यिका से
- समान्तर माध्य से
- इनमें कोई नहीं

The sum of deviations of individual observations of a series is zero from:

- Mode
- Median
- Mean
- none of these

- 1, 3, 5, 7, 9 का अंकगणितीय माध्य होगा :

- 4
- 5
- 6
- 9

The arithmetic mean of 1, 3, 5, 7, 9 will be :

- 4
- 5
- 6
- 9

- 4, 6, 12, 7, 9, 0, 5, 15, 6, 10 का माध्य है (Mean of 4, 6, 12, 7, 9, 0, 5, 15, 6, 10 is)

- 7
- 7.4
- 8
- 9

- यदि बहुलक 15 तथा माध्यिका 12 हो तो समान्तर माध्य होगा - (If the mode is 15 and median is 12, then arithmetic mean will be :)

- 28
- 12
- 15
- इनमें से कोई नहीं  
(None of these)

- इनमें से कौन सी केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप है?

(Which of the following is measures of central tendency?)

- समान्तर माध्य (Arithmetic Mean)
- बहुलक (Mode)
- माध्यिका (Median)
- इनमें से सभी (All of these)



14. ....केन्द्रीय प्रवृत्ति का सरलतम और सामान्यतः उपयोग किया जाने वाला उपाय है- (.....is the simplest and commonly used measures of central tendency :)

- (a) समान्तर माध्य (Arithmetic Mean)
- (b) बहुलक (Mode)
- (c) माध्यिका (Median)
- (d) इनमें से सभी (All of these)

15. 1, 2, 3, 4 तथा 5 का समान्तर माध्य होगा (The arithmetic mean of 1, 2, 3, 4, and 5 will be) :

- (a) 3
- (b) 7
- (c) 4
- (d) इनमें से कोई नहीं (None of these)

**ANSWER**

1. (c), 2. (a), 3. (c), 4. (c), 5. (a), 6. (b), 7. (b), 8. (c), 9. (c), 10. (b), 11. (b), 12.(d), 13.(d), 14.(a), 15. (a)

**अति लघु उत्तरीय प्रश्न  
(Very Short Answer Type Question)**

1. 10 छात्रों के किलोग्राम में दिये गये भार से एक छात्र का औसत भार निकालें।

Calculate the average weight of a student from the following weights given in kgs. of 10 students:

60, 50, 55, 62, 58, 65, 56, 54, 45, 55

उत्तर:  $\Sigma x = 60+50+55+62+58+65+56+54+45+55 = 560$   
 $n = 10$

$$\begin{aligned} \text{औसत } (\bar{X}) &= \frac{\Sigma x}{n} \\ &= \frac{560}{10} \\ &= 56 \\ \text{औसत } (\bar{X}) &= 56 \end{aligned}$$

2. 1, 8, 0, 9 तथा 5 का समान्तर माध्य निकालें।  
 Find the arithmetic mean of 1, 8, 0, 9, and 5

उत्तर:  $\Sigma x = 1+8+0+9+5$

$$\begin{aligned} n &= 23 \\ N &= 5 \\ \text{Arithmetic Mean } (\bar{X}) &= \frac{\Sigma x}{n} \\ &= \frac{23}{5} \\ \bar{X} &= 4.6 \end{aligned}$$

3. एक कार्निवाल में 10 महिलाओं ने निम्नानुसार लालीपॉप खाए (In a carnival 10 Ladies ate Lollipops as follows) -

महिलाओं की संख्या (No. of Ladies)	1	2	3	4
लालीपॉप की सं. (No. of Lollipops)	4	9	7	8

एक महिला ने औसतन कितने लालीपॉप खाए ?  
 Find the Average number of Lollipops Eaten by a lady:

No. of Ladies	No. of Lollipops
1	4
2	9
3	7
4	8
n= 4	ex= 28

$$\begin{aligned} \text{Average } (\bar{X}) &= \frac{\Sigma x}{n} \\ &= \frac{28}{4} \\ &= 7 \\ \bar{X} &= 7 \end{aligned}$$

4. 20 मर्दों का समान्तर माध्य 16.5 है। यदि बाद में पता चलता है कि एक मर्द 21 को गलती से 11 पढ़ लिया गया है। सही माध्य ज्ञात करें।

The mean of 20 observations is 16.5, if by mistake one observations was copied 11 instead of 21. Find the correct value of mean.

उत्तर: mean  $(\bar{X}) = 16.5$

n = 20

$$\text{mean } (\bar{X}) = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$16.5 = \frac{\Sigma x}{20}$$

$$\begin{aligned} \Sigma x &= 16.5 \times 20 \\ &= 330 \end{aligned}$$

again after correction

$$\begin{aligned} \Sigma x &= 330 - 11 + 21 \\ &= 340 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{correct mean } (\bar{X}) &= \frac{\Sigma x}{n} \\ &= \frac{340}{20} \\ &= 17 \end{aligned}$$

5. X का दस मापित मूल्य निम्नलिखित है -  
 The Following are the ten measured values of X :  
 20.6, 19.8, 21.1, 21.8, 21.7, 24.7, 21.4, 21.5, 21.2, 21.0

(i) प्रथम छः मापों का औसत

(ii) अंतिम छः मापों का औसत ज्ञात करें।

Find (i) The Average of the first six measurement

(ii) The average of the last six measurement.

उत्तर:

S. No.	Measurement
1	20.6
2	19.8
3	21.1
4	21.8
5	21.7
6	24.7
N = 6	$\Sigma x = 129.7$

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{\Sigma x}{n} \\ &= \frac{129.7}{6} \\ &= 21.61 \end{aligned}$$

Ans.  $\bar{X} = 21.61$

(ii)

S. No.	Measurements
1	21.7
2	24.7
3	21.4
4	21.5
5	21.2
6	21.0
N= 6	$\Sigma x = 131.5$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{131.5}{6}$$

$$= 21.91$$

Ans.  $\bar{X} = 21.91$

6. निम्नलिखित पदों का अंकगणितीय औसत निकालिए, (compute the Arithmetic average of the following item):

25, 26. 50, 30.75 and 17.50

उत्तर:  $\Sigma x = 25+26.50+30.75+17.50$

$$n = 5$$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{99.75}{5}$$

$$= 19.95$$

Ans.  $\bar{X} = 19.95$

### लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer Type Question)

1. निम्नलिखित संमको से माध्य ज्ञात करें (Find the mean from the following date) :

पदों का आकार (size of items)	20	30	40	50	60	70	80	90
बारम्बारता (Freeavency)	3	8	9	10	12	16	14	7

उत्तर:

पदों का आकार (size of items) x	बारम्बारता (frequency) f	fx
20	3	60
30	8	240
40	9	360
50	10	500
60	12	720
70	16	1120
80	14	1120
90	7	630
	n = 79	$\Sigma fx = 4750$

$$\text{माध्य (mean)} = \frac{\Sigma fx}{n}$$

$$= \frac{4750}{79}$$

Ans. mean ( $\bar{X}$ ) = 60.12

2. माध्य ज्ञात कीजिए (Find mean) :

x	5	10	15	20	25
f	2	4	8	6	3

उत्तर:

x	f	fx
5	2	10
10	4	40
15	8	120
20	6	120
25	3	75
	$\Sigma f = 23$	$\Sigma fx = 365$

$$\text{mean } (\bar{X}) = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$= \frac{365}{23}$$

$$= 15$$

mean ( $\bar{X}$ ) = 15

3. निम्नलिखित संमको का माध्य ज्ञात कीजिए। Calculate the mean of the following date :

(i) from direct method (ii) short-cut method

क्रमांक s. no.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
आकार (size)	96	100	98	75	270	80	102	100	94	75	200	610

उत्तर:

Assum A = 200

S. No.	x	dx = x - a
1	96	- 104
2	180	- 20
3	98	- 102
4	75	- 125
5	270	70
6	80	- 120
7	102	- 98
8	100	- 100
9	94	- 106
10	75	- 125
11	200	0
12	610	410
n = 12	$\Sigma x = 1980$	$\Sigma dx = 420$

(i) Direct method -

$$\text{mean } (\bar{X}) = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{1980}{12}$$

$$\bar{X} = 165$$

(ii) Short-cut method -

$$\text{mean } (\bar{X}) = a + \frac{\Sigma dx}{n}$$

$$= 200 + \frac{-420}{12}$$

$$= 200 - 35$$

$$= 165$$

$$\bar{X} = 165$$

4. 100 मजदूरों की प्रतिदिन औसत आय रु 50 है और 150 मजदूरों की प्रतिदिन औसत आय रु 60 है तो 250 मजदूरों की मिश्रित दैनिक आय का माध्य ज्ञात कीजिए।

The average income of 100 labourers is : 50 per day and the average income of 150 labourers is : 60 per day. find the combined mean of income of 250 labourers.

उत्तर:

given

$$n_1 = 100$$

$$n_2 = 150$$

$$x_1 = 50$$

$$x_2 = 60$$

$$\text{combined mean } (\bar{X}_{1,2}) = (n_1 \times \bar{X}_1) + (n_2 \times \bar{X}_2)$$

$$= \frac{(100 \times 50) + (150 \times 60)}{100 + 150}$$

$$= \frac{5000 + 9000}{250}$$

$$= \frac{14000}{250}$$

$$= 56$$

$$\text{combined mean } (\bar{X}_{1,2}) = 56$$

5. निम्नलिखित संमक किसी दिये हुए माह में एक दुकान पर बेचे गये जूतों के आकारों से सम्बन्धित है, लघु रीति से औसत आकार ज्ञात करें।

The following data related to sizes of shoes sold at shop during the given month. find the average size by the short cut method.

जूतों को आकार (size of shoes)	4	5	6	7	8	9	10
जूतों की सं. (no. of shoes)	15	30	45	60	55	40	5

उत्तर:

Assum A = 7

size of shoes (x)	no. of shoes	dx = x - a	fdx
4	15	-3	-45
5	30	-2	-60
6	45	-1	-45
7	60	0	0
8	55	1	55
9	40	2	80
10	5	3	15
	n = 250		$\Sigma fdx = 0$

$$\text{mean } (\bar{X}) = a + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 7 + \frac{0}{250}$$

$$= 7 + 0$$

$$= 7$$

$$\text{mean } (\bar{X}) = 7$$

### दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long answer type questions)

1. निम्नांकित संमको से माध्य निकालें -  
Find mean from the following date :

वर्ग (class)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
आवृत्ति (frequency)	15	18	27	14	9	7

उत्तर:

Calculation of mean			
class	frequency (f)	mid value (m)	fm
10-20	15	15	225
20-30	18	25	450
30-40	27	35	945
40-50	14	45	630
50-60	9	55	495
60-70	7	65	455
	n = 90		$\Sigma fm = 3200$

$$\text{mean } (\bar{X}) = \frac{\Sigma fm}{n}$$

$$= \frac{3200}{90}$$

$$= 35.55$$

$$\text{Ans. mean } (\bar{X}) = 35.55$$

2. निम्न सारणी से माध्य ज्ञात करें।  
Calculate mean from the following table:

वर्ग (class)	8-14	14-20	20-26	26-32	32-38
बारम्बारता (frequency)	30	40	20	10	5

उत्तर:

calculation of mean by short-cut method assum a=23

class	frequency (f)	mid-value (m)	dx = m - a	fdx
8-14	30	11	-12	-360
14-20	40	17	-6	-240
20-26	20	23	0	0
26-32	10	29	6	60
32-38	5	35	12	60
	n=105			$\Sigma fdx = -480$

$$\text{mean } (\bar{X}) = a + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 23 + \frac{-480}{105}$$

$$= 23 - 4.57$$

$$= 18.43$$

$$\text{Ans. mean } (\bar{X}) = 18.43$$

3. क्लास बी. कॉम. के विद्यार्थियों के सांख्यिकी में प्राप्तांक आगे दिये गये हैं। सामान्तर माध्य ज्ञात कीजिए -  
Marks in statistics of the students of class B. Com. are given above find out arithmetic mean :

अंक (marks)	विद्यार्थी (students)
less than 10	5
less than 20	17
less than 30	31
less than 40	41
less than 50	49
less than 60	50

उत्तर:

calculation of mean by short-cut method

marks	students (f)	m.v. (m)	a=35 dx=(m-a)	fdx
0-10	5	5	-30	-150
10-20	12	15	-20	-240
20-30	14	25	-10	-140
30-40	10	35	0	0
40-50	8	45	+10	+80
50-60	1	55	+20	+20
	n=50			$\Sigma fdx = -430$

$$\begin{aligned} \text{mean } (\bar{X}) &= a + \frac{\Sigma fdx}{n} \\ &= 35 + \frac{-430}{50} \\ &= 35 - 8.6 \\ &= 26.4 \end{aligned}$$

$$\text{mean } (\bar{X}) = 26.4$$

4. निम्नांकित आँकड़ों से माध्य की गणना कीजिए -  
Find mean from the following data :

अंक (marks)	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
छात्रों की सं. (no. of students)	3	6	8	10	7	6

उत्तर:

marks	frequency (f)	mid-value (x)	fx
10-15	3	12.5	37.50
15-20	6	17.5	105.00
20-25	8	22.5	180.00
25-30	10	27.5	275.00
30-35	7	32.5	227.50
35-40	6	37.5	225.00
	$\Sigma f = 40$		$\Sigma fx = 1050.00$

$$\begin{aligned} \text{mean } (\bar{X}) &= \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} \\ &= \frac{1050}{40} \\ &= 26.25 \end{aligned}$$

$$\text{Ans. mean } x = 26.25$$

5. निम्नलिखित सारणी से सामान्तर माध्य की गणना कीजिए -  
From the following table calculate arithmetic mean :

अंक (marks)	विद्यार्थियों की सं. (no. of students)
more than 20	65
more than 30	63
more than 40	40
more than 50	40
more than 60	18
more than 70	7

उत्तर:

calculation of mean by direct/simple method

marks (class)	frequency (f)	mid-value (x)	fx
20-30	2	25	50
30-40	23	35	805
40-50	0	45	0
50-60	22	55	1210
60-70	11	65	715
70-80	7	75	525
	n=65		$\Sigma fx = 3305$

$$\begin{aligned} \text{mean } (\bar{X}) &= \frac{\Sigma fx}{n} \\ &= \frac{3305}{65} \\ &= 50.8 \end{aligned}$$

$$\text{Ans mean } (\bar{X}) = 50.8$$

## बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple Choice Questions)

सही विकल्प का चुनाव कीजिए (Choose the correct option)

1. 10, 30, 7, 9, 18, 20, 28 और 40 की माध्यिका क्या है?  
 (a) 21 (b) 19  
 (c) 20 (d) 25

What is the median of 10, 30, 7, 9, 18, 20, 28 and 40 ?

- (a) 21 (b) 19  
 (c) 20 (d) 25

2. माध्यिका की गणना के लिए श्रेणी को व्यवस्थित किया जाता है :

- (a) आरोही क्रम में (b) अवरोही क्रम में  
 (c) किसी भी क्रम में (d) इनमें कोई नहीं

Series are arranged for calculation of median in :

- (a) Ascending Order (b) Descending Order  
 (c) Any Order (d) None of These

3. यदि एक समंकमाला के बहुलक तथा माध्य क्रमशः 13 और 10 हैं तो उसकी माध्यिका होगी :

- (a) 10 (b) 11  
 (c) 12 (d) 20

If mode and mean of a series are 13 and 10 respectively, its median will be :

- (a) 10 (b) 11  
 (c) 12 (d) 20

4. यदि बहुलक = 16 और समान्तर माध्य = 20.2 है तो माध्यिका है।

- (a) 19.8 (b) 17.8  
 (c) 18.8 (d) 15.8

If mode = 16 and mean = 20.2, then median is :

- (a) 19.8 (b) 17.8  
 (c) 18.8 (d) 15.8

5. 80,100, 90,170,60,50,40 की माध्यिका (Median) है:

- (a) 80 (b) 90  
 (c) 40 (d) 60

6. माध्यिका है (Median is) -

- (a) सबसे अधिक बार आने वाला मान (Most frequent value)  
 (b) सबसे कम बार आने वाला मान (Least frequent value)  
 (c) गुरुत्व केन्द्र (Centre of gravity)  
 (d) बीच का मान (Middle most value)

7. माध्यिका बंटन को बाँटती है (The median divides the distribution in)---

- (a) तीन समान भागों में (Three equal parts)  
 (b) चार समान भागों में (Four equal parts)  
 (c) दो समान भागों में (Two equal parts)  
 (d) इनमें से कोई नहीं (None of these)

8. एक सामान्य रूप से विषम वितरण में समान्तर माध्य 32 है तथा बहुलक 44 है। माध्यिका ज्ञात कीजिए

In amoderately skewed distribution arithmetic mean is 32 and mode is 44. Find out median)---

- (a) 12 (b) 36  
 (c) 24 (d) 48

9. निम्न आँकड़ों की माध्यिका होगी (Median of following figures) :

25, 40, 35, 38, 32, 30, 37

- (a) 30 (b) 38  
 (c) 35 (d) 32

10. निम्न आँकड़ों की माध्यिका होगी (Median of following figures) :

200, 160, 75, 110, 225, 150, 170, 185, 180, 220

- (a) 160 (b) 170  
 (c) 175 (d) 180

11. माध्यिका की गणना किसके आधार पर की जाती है? On what basis the value of Median is calculated?-

- (a) संचयी आवृत्ति वक्र (Cumulative Frequency curve)  
 (b) आयत चित्र (Histogram)  
 (c) बारम्बारता वक्र (Frequency curve)  
 (d) आवृत्ति बहुभुज (Frequency polygon)

12. .... हमेशा समान्तर माध्य तथा बहुलक के बीच स्थित होता है- ..... always lies in between the arithmetic mean and mode.

- (a) गुणोत्तर माध्य (G.M.)  
 (b) हरात्मक माध्य (H.M.)  
 (c) माध्यिका (Median)  
 (d) इनमें से कोई नहीं (None of these)

13. .... कुल चरों को दो बराबर भाग में बाँटती है- .....

divides the total no. of observations in two equal parts :

- (a) माध्य (Mean)  
 (b) बहुलक (Mode)  
 (c) माध्यिका (Median)  
 (d) इनमें से कोई नहीं (None of these)

14. .... संचयी बारम्बारता के संगत मूल्य के बराबर km है-  
 ..... is equal to the value corresponding to cumulative frequency.

$$= \frac{350}{2}$$

$$= 175$$

$$= 175$$

- (a) माध्य (Mean)
- (b) बहुलक (Mode)
- (c) माध्यिका (Median)
- (d) इनमें से कोई नहीं (None of these)

15. 70, 80, 60, 50, 55, 65, 60, 60, 40, 60 की माध्यिका है-  
 Median of 70, 80, 60, 50, 55, 65, 60, 60, 40, 60 is :

- (a) 60
- (b) 65
- (c) 55
- (d) 70

16. यदि माध्य 12 है तथा बहुलक 15 है, तो माध्यिका होगी-  
 If mean is 12 and mode is 15, Median will be:

- (a) 14
- (b) 13
- (c) 15
- (d) इनमें से कोई नहीं (None of these)

**ANSWER**

1. (b) 2. (c) 3. (b) 4. (c) 5. (a) 6. (d) 7. (c) 8. (b) 9. (c) 10. (c) 11. (a) 12. (c) 13. (c) 14. (c) 15. (a) 16. (b)

**अति लघु उत्तरीय प्रश्न (Very Short Answer Type Question)**

1. निम्न समंको से माध्यिका निकालें  
 Obtain the median from the following data  
 200, 160, 75, 110, 225, 150, 170, 185, 180, 220

उत्तर:

आरोही क्रम (ascending order) में अंको को रखने पर

S. No.	Date
1	75
2	110
3	150
4	160
5	170
6	180
7	185
8	200
9	220
10	225

n = 10

$$\text{median (m)} = \text{size of } \left(\frac{N+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \left(\frac{10+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \frac{11}{2}$$

$$= 5.5^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \frac{5^{\text{th}} \text{ item} + 6^{\text{th}} \text{ item}}{2}$$

$$= \frac{170+180}{2}$$

2. निम्नलिखित समंको से माध्यिका निकालिए  
 Calculate the median from the following data

आय (income) रू	मजदूरों की सं. (no. of workers)
150	15
160	40
180	30
190	20
200	10

उत्तर:

income (x)	frequency (f)	c.f.
150	15	15
160	40	55
180	30	85
190	20	105
200	10	115
n=115		

$$\text{median (m)} = \left(\frac{N+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \left(\frac{115+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \frac{116}{2}$$

$$= 58^{\text{th}} \text{ item}$$

58 संचयी आवृत्ति (c.f) 85 में शामिल है जिसके सामने का पद ₹180 है। अतः मध्यिका (median) 180 होगा।  
 median (m) = 180

3. निम्नांकित आँकड़ों से माध्यिका निकालें -  
 Find the median in the following data :  
 108, 92, -43, 0, 6, 11,, -2 and 15

उत्तर:

आरोही क्रम (ascending order) में अंको को रखने पर

1	2	3	4	5	6	7	8
-43	-2	0	6	11	15	92	108

$$n = 8$$

$$\text{median (m)} = \left(\frac{N+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \left(\frac{8+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \frac{9}{2}$$

$$= 4.5^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \frac{4^{\text{th}} \text{ item} + 5^{\text{th}} \text{ item}}{2}$$

$$= \frac{6+11}{2}$$

$$= \frac{17}{2}$$

$$= 8.5$$

$$\text{median (m)} = 8.5$$

4. निम्नलिखित आँकड़ों से मध्यका ज्ञात कीजिए -  
Find the median from the following data :  
20, 15, 45, 50, 35, 65, 55

उत्तर:

1	2	3	4	5	6	7
15	20	35	45	50	55	65

$$\begin{aligned} n &= 7 \\ \text{median (m)} &= \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= \left(\frac{7+1}{2}\right)^{\text{th}} \\ &= \frac{8}{2} \text{ or } 4^{\text{th}} \text{ item} \end{aligned}$$

Size of 4<sup>th</sup> item = 45  
median (m) = 45  
Ans. M = 45

5. निम्नलिखित आँकड़ों से माध्य और मध्यका में अन्तर ज्ञात करें-  
Find out the difference of mean and median :  
16, 13, 2.8, 10, 4, 9, 24.2, 22, 12, 23, 7

उत्तर:

$$\begin{aligned} \text{mean } (\bar{X}) &= \frac{\sum x}{N}, N = 11 \\ \sum x &= 16 + 13 + 2.8 + 10 + 4 + 9 + 24.2 + \\ &\quad 22 + 12 + 23 + 7 \\ &= 143 \\ \bar{X} &= \frac{143}{11} \\ &= 13 \end{aligned}$$

Calculation of median

आरोही क्रम (Ascending order) में

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2.8	4	7	9	10	12	13	16	22	23	24.2

$$\begin{aligned} \text{median (m)} &= \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= \left(\frac{11+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= \frac{12}{2} \\ &= 6^{\text{th}} \text{ item} \end{aligned}$$

size of 6<sup>th</sup> item = 12

median (m) = 12

$$\begin{aligned} \text{Difference of mean and median} &= \bar{X} - m \\ &= 13 - 12 \\ &= 1 \end{aligned}$$

लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer Type Question)

1. निम्न समको से माध्यका ज्ञात करें.  
Find out the value of median from the following data :

दैनिक मजदूरी (daily wages)	56	75	80	90	100	120
कर्मचारियों की संख्या (no. of workers)	10	23	32	28	10	6

उत्तर:

calculation of median		
wages (x)	frequency (f)	cumulative frequency (c.f)
56	10	10
75	23	33
80	32	65
90	28	93
100	10	103
120	6	109
	n=109	

$$\begin{aligned} \text{median (m)} &= \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ in item} \\ &= \left(\frac{109+1}{2}\right)^{\text{th}} \\ &= \frac{110}{2} \\ &= 55^{\text{th}} \text{ item} \end{aligned}$$

55 संचयी आवृत्ति (c.f.) 65 में शामिल है, जिसके सामने का पद 80 है।  
अतः माध्यका (median) 80 होगा

Ans. median (m) = 80

2. निम्न समको से माध्यका ज्ञात कीजिए ।  
Find out the median from the following data:

भार (पौण्ड में) (weight in ibs)	115	120	135	140	145	150
व्यक्तियों की सं (no of persons)	12	20	33	26	6	3

उत्तर:

calculation of median		
weight (x)	frequency (f)	cumulative frequency (c.f)
115	12	12
120	20	32
135	33	65
140	26	91
145	6	97
150	3	100
	N = 100	

$$\begin{aligned} \text{median (m)} &= \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= \left(\frac{100+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= \frac{101}{2} \end{aligned}$$

$$= 50.5^{\text{th}} \text{ item}$$

50.5 संचयी आवृत्ति (c.f) 65 में शामिल है, जिसके सामने का पद 135 है।

$$\text{median (m)} = 135$$

3. 16 लड़कों के एक वर्ग की बुद्धि परीक्षा ली गयी तथा निम्नलिखित अंक प्राप्त गए। मध्यिका निकालिए।  
A class of 16 boys was given on intelligence test and the following marks were obtained calculate median.  
15,35,43,46,48,49,50,55,56,60,64,71,75,80,85

उत्तर:

आरोही क्रम में (In Ascending Order)																
S.No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Mark	15	35	43	46	48	48	49	50	55	56	60	64	71	75	80	85

$$N = 16$$

$$\text{median (m)} = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \left(\frac{16+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \frac{17}{2}$$

$$= 8.5^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \frac{8^{\text{th}} \text{ item} + 9^{\text{th}} \text{ item}}{2}$$

$$= \frac{50+55}{2}$$

$$= \frac{105}{2}$$

$$= 52.5$$

$$\text{median (m)} = 52.5$$

4. निम्नलिखित संमकों का मध्यिका निकालिए।  
Calculate the Median of the following date :

पद का आकार (size of item)	2	3	4	5	6	7	8	9
बारम्बारता (frequency)	3	8	10	12	16	14	10	8

उत्तर:

calculation of median		
sizes (x)	frequency (f)	cumulative frequency (c.f)
2	3	3
3	8	11
4	10	21
5	12	33
6	16	49
7	14	63
8	10	73
9	08	81
	n=81	

$$\text{median (m)} = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \left(\frac{81+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \frac{82}{2}$$

$$= 41^{\text{th}} \text{ item}$$

41 संचयी आवृत्ति (बर्ण) 49 में शामिल है, जिसके सामने का पद 6 है।  
अतः मध्यिका (median) 6 होगा।

$$\text{Ans. median (m)} = 6$$

5. निम्न आकड़ों से मध्यिका ज्ञात करें -  
Calculate the median of the following data :

ऊँचाई इंच में (Height in inch)	60	61	62	63	64	65	66	67
छात्रों की संख्या (No of students)	10	12	20	30	40	18	12	10

उत्तर:

Calculation of median		
Hight in inch (X)	no of student (F)	com. frequency (C.F)
60	10	10
61	12	22
62	20	42
63	30	72
64	40	112
65	18	130
66	12	142
67	10	152
	N=152	

$$\text{median (m)} = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \left(\frac{152+1}{2}\right)$$

$$\frac{153}{2} = 76.5 \text{ the item}$$

76.5 संचयी आवृत्ति (c.f) 112 में शामिल है, जिसके सामने का पद 64 है।

$$\text{Ans. median (m)} = 64$$

6. निम्न संमकों से माध्य तथा माध्यिका का अन्तर ज्ञात कीजिए -  
Find out difference of mean and median of the following data .

$$17, 23, 24.5, 29.8, 30, 32, 35, 39, 45, 42$$

उत्तर:

$$\text{mean } \bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

$$= \frac{17+23+24.5+29.8+30+32+35+39+45+42}{10}$$

$$= \frac{317.3}{10}$$

$$= 31.73$$

$$\bar{X} = 31.73$$

Calculation of median

$$17, 23, 24.5, 29.8, 30, 32, 35, 39, 42, 45$$

$$\text{median (m)} = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \left(\frac{10+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \frac{11}{2}$$

$$= 5.5^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \frac{5^{\text{th}} \text{ item} + 6^{\text{th}} \text{ item}}{2}$$



$$= \frac{30+32}{2}$$

$$= \frac{62}{2}$$

median (m) = 31

Difference of Mean and Median =  $\bar{X} - M$

$$= 31.73 - 31$$

$$= 0.73$$

Ans. = 0.73

### दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long answer type questions)

1. निम्न संमको से माध्यिका ज्ञात कीजिए-  
Calculate the Median from the following data :

प्राप्तांक (marks)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
छात्रों की सं० no of students	10	15	30	32	7	6

उत्तर:

Calculate the median

class	frequency (f)	(c.f)
0-10	10	10
10-20	15	25
20-30	30	55
30-40	32	87
40-50	7	94
50-60	6	100
	N=100	

$$\text{median (m)} = \left(\frac{N}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \left(\frac{100}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \frac{100}{2}$$

$$= 50^{\text{th}} \text{ item}$$

50 संचयी आवृत्ति (c.f) 55 में शामिल है, अतः माध्यिका वर्ग (median class) 20-30 होगा।

अब  $l_1 = 20, i = 10, f = 30, c = 25, m = 50$

$$\text{median (m)} = l_1 + \frac{m-c}{f} \times i$$

$$= 20 + \frac{50-25}{30} \times 10$$

$$= 20 + \frac{250}{30}$$

$$= 20 + \frac{250}{30}$$

$$= 20 + 8.33$$

$$= 28.33$$

median (m) = 28.33

2. निम्न सारणी से मध्यका मूल्य निकालें -

Calculate the value of Median from the following table :

मजदूरी (wages)	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
श्रमिकों की संख्या (no of workers)	50	54	85	45	30

उत्तर:

Calculate the median

wages(x)	frequency (f)	(c.f)
30-40	50	50
40-50	54	104
50-60	85	189
60-70	45	234
70-80	30	264
	N=264	

$$\text{median (m)} = \left(\frac{N}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \left(\frac{264}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= 132^{\text{th}} \text{ item}$$

132 संचयी आवृत्ति (c.f) 189 में शामिल है, अतः

माध्यिका वर्ग (median class) 50-60 होगा।

अब

$$l_1 = 50, i = 10, f = 85, c = 104, m = 132$$

$$\text{median (m)} = l_1 + \frac{i}{f} (m-c)$$

$$= 50 + \frac{10}{85} (132-104)$$

$$= 50 + \frac{10 \times 28}{85}$$

$$= 50 + \frac{280}{85}$$

$$= 50 + 3.29$$

$$= 53.29$$

median (m) = 53.29

3. निम्न संमको से माध्यिका की गणना कीजिए

Calculate the median of the following data :

मासिक लाभ (monthly profit)	frequency
less than 10	4
less than 20	16
less than 30	15
less than 40	20
less than 50	7
less than 60	5

उत्तर:

calculate the median

profit(000) (class)	frequency (f)	cumulative frequency (c.f)
0-10	4	4
10-20	16	20
20-30	15	35
30-40	20	55
40-50	7	62
50-60	5	67
	N=67	

$$\begin{aligned} \text{median (m)} &= \left(\frac{N}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= \left(\frac{67}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= 33.5^{\text{th}} \text{ item} \end{aligned}$$

33.5 संचयी आवृत्ति (c.f) 35 में शामिल हैं, अतः माध्यिका वर्ग (median class) 20-30 होगा।

अब,

$$l_1 = 20, i = 10, f = 15, c = 20, m = 33.5$$

$$\begin{aligned} \text{median (m)} &= l_1 + \frac{i}{f} \left(\frac{n}{2} - c\right) \\ &= 20 + \frac{10}{15} (33.5 - 20) \\ &= 20 + \frac{10 \times 13.5}{15} \\ &= 20 + \frac{135}{15} \\ &= 20 + 9 \\ &= 29 \end{aligned}$$

$$\text{median (m)} = 29$$

4. निम्नलिखित सारणी किसी परीक्षा में 65 विद्यार्थियों द्वारा गणित में प्राप्त अंकों को दर्शाती है। माध्यिका अंक निकाले -

The following table give the marks Obtained by 65 students in math in a certain examination:

प्राप्त अंक (marks)	छात्रों की संख्या (no of students)
more than 20	65
more than 30	63
more than 40	40
more than 50	40
more than 60	18
more than 70	7

उत्तर:

Calculation of median		
marks (class)	frequency	c.f
20-30	2	2
30-40	23	25
40-50	0	25
50-60	22	47
60-70	11	58
70-80	7	65
	N = 65	

$$\begin{aligned} \text{median (m)} &= \left(\frac{N}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= \left(\frac{65}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= 32.5^{\text{th}} \text{ item} \end{aligned}$$

32.5 संचयी आवृत्ति 47 में शामिल है, अतः माध्यिका वर्ग (median class) 50-60 होगा

अब

$$l_1 = 50, i = 10, f = 22, c = 25, m = 32.5$$

$$\begin{aligned} \text{median (m)} &= l_1 + \frac{i}{f} \left(\frac{n}{2} - c\right) \\ &= 50 + \frac{10}{22} (32.5 - 25) \\ &= 50 + \frac{10 \times 7.5}{22} \\ &= 50 + \frac{75}{22} \\ &= 50 + 3.40 \\ &= 53.40 \\ \text{median (m)} &= 53.40 \end{aligned}$$

5. निम्न संमको से माध्यिका ज्ञात कीजिए -  
Compute median from the following data

मध्यमान (med- values)	5	15	25	35	45	55
आवृत्ति (frequency)	12	18	27	20	17	6

उत्तर:

चूँकि मध्यमान (mid-value) दिया हुआ है, इसलिए हमें वर्गान्तर बना लेना चाहिए, फिर माध्यिका (median) की गणना करना चाहिए।

Calculation of median

class	frequency	(c.f)
0-10	12	12
10-20	18	30
20-30	27	57
30-40	20	77
40-50	17	94
50-60	6	100
	N=100	

$$\begin{aligned} \text{median (m)} &= \left(\frac{N}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= \left(\frac{100}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= 50^{\text{th}} \text{ item} \end{aligned}$$

50 संचयी आवृत्ति (c.f) 57 में आता है, अतः माध्यिका वर्ग (median class) 20-30 होगा

अब,

$$l_1 = 20, i = 10, f = 27, c = 30, m = 50$$

$$\begin{aligned}\text{median (m)} &= l_1 + \left(\frac{m-c}{f}\right) \times i \\ &= 20 + \left(\frac{50-30}{27}\right) \times 10 \\ &= 20 + \frac{200}{27} \\ &= 20 + 7.407 \\ &= 27.41 \\ \text{median (m)} &= 27.41\end{aligned}$$

6. निम्नलिखित श्रेणी से माध्यिका ज्ञात कीजिए -  
Compute median from the following series:

माप (size)	आवृत्ति (frequency)
11-14	7
15-19	15
20-24	30
25-29	10
30-34	5
35-39	2

उत्तर:

size (class)	frequency (f)	c.f
10.5-14.5	7	7
14.5-19.5	15	22
19.5-24.5	30	52
24.5-29.5	10	62
29.5-34.5	5	67
34.5-39.5	2	69
	N=69	

$$\begin{aligned}\text{median (m)} &= \left(\frac{N}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= \left(\frac{69}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= 34.5^{\text{th}} \text{ item}\end{aligned}$$

34.5 संचयी आवृत्ति 52 में शामिल है, अतः माध्यिका वर्ग (median class) 19.5 -24.5 होगा ।

अब,

$$l_1 = 19.5, i = 5, f = 30, c = 22, m = 34.5$$

$$\begin{aligned}\text{median (m)} &= l_1 + \frac{i}{f} (m-c) \\ &= 19.5 + \frac{5}{30} (34.5-22) \\ &= 19.5 + \frac{5 \times 12.5}{30} \\ &= 19.5 + \frac{62.5}{30} \\ &= 19.5 + 2.08 \\ &= 21.58\end{aligned}$$

$$\text{Ans. median (m)} = 21.58$$

## बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple Choice Questions)

सही विकल्प का चुनाव कीजिए (Choose the correct option)

- यदि वितरण सममित हो तो निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सही है?  
(If the distribution is symmetrical, which of the following statement is true?)  
(a) Mean = Median = Mode  
(b) Mean < Median < Mode  
(c) Mean > Median > Mode  
(d) Mean < Median > Mode
- निम्न आँकड़ों से बहुलक ज्ञात कीजिए  
(Find the mode from following data):  
2, 4, 6, 5, 3, 7, 6, 8, 5, 6, 7, 3, 1  
(a) 4 (b) 5  
(c) 6 (d) 7
- समंका का सबसे अधिक बार आने वाला पद है-  
(The most frequent observation of the data is):  
(a) माध्यिका (Median)  
(b) माध्य (Mean)  
(c) बहुलक (Mode)  
(d) इनमें सभी (All of these)
- निम्नांकित में कौन सा सत्य है ?  
(Which of the following is true ?)—  
(a) माध्य = 3 माध्यिका - 2 बहुलक  
(Mean = 3 Median - 2 Mode)  
(b) माध्यिका = 3 बहुलक - 2 माध्य  
(Median = 3 Mode - 2 Mean)  
(c) बहुलक = 3 माध्यिका - 2 माध्य  
(Mode = 3 Median - 2 Mean)  
(d) बहुलक = माध्य + माध्यिका  
(Mode = Mean + Median)
- यदि माध्य 31.25 तथा माध्यिका 31.5 है, तो बहुलक होगा  
(If mean is 31.25 and median is 31.5, the mode is) :  
(a) 42 (b) 32  
(c) 25 (d) 33
- निम्न आँकड़ों से बहुलक ज्ञात करें  
(Find the mode from following data):  
3, 4, 6, 3, 7, 5, 4, 8, 7, 5, 9, 5, 6  
(a) 4 (b) 7  
(c) 5 (d) 3
- किसी दी हुई सांख्यिकीय श्रेणी के लिए निम्न मापों में से किस माप का एक से अधिक मूल्य हो सकता है?  
(For any given statistical series which of the following measures many have more than one value ?) -  
(a) माध्य (Mean)  
(b) बहुलक (Mode)  
(c) माध्यिका (Median)  
(d) गुणोत्तर माध्य (Geometric Mean)
- केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापन की कौन-सी विधि चरम मूल्यों से सबसे कम प्रभावित होती है  
(Which of the following measure of central tendency is least affected by extreme values):  
(a) बहुलक (Mode)  
(b) माध्यिका (Median)  
(c) माध्य (Mean)  
(d) ये सभी (All of these)
- 0, 15, 18, 19, 20, 22, 25, 0, 4 का बहुलक है-  
(Mode of 0, 15, 18, 19, 20, 22, 25, 0, 4 is) :  
(a) 20 (b) 0  
(c) 18 (d) 22
- 25, 22, 15, 23, 21, 25, 17, 17, 19, 19, 20, 25 का बहुलक है-  
(Mode of 25, 22, 15, 23, 21, 25, 17, 17, 19, 19, 20, 25 is):  
(a) 18 (b) 21  
(c) 19 (d) 25
- 60, 70, 10, 35, 45, 30, 30, 20, 20, 30 का बहुलक है-  
(Mode of 60, 70, 10, 35, 45, 30, 30, 20, 20, 30 is) :  
(a) 30 (b) 70  
(c) 60 (d) 10
- एक साधारण असममित बंटन में माध्य 32 है तथा माध्यिका 38 है तो बहुलक का मान होगा-  
(In a moderately asymmetric distribution arithmetic mean is 32 and median is 38 then value of mode will be :)  
(a) 36 (c) 38  
(b) 35 (d) इनमें कोई नहीं (None of these)

## ANSWER

- 1.(a) 2. (c) 3. (c) 4. (c) 5. (b) 6. (c) 7. (b)  
8. (a) 9. (b) 10. (d) 11. (a) 12. (d)

**अति लघु उत्तरीय प्रश्न (Very Short Answer Type Question)**

1. निम्नलिखित संख्याओं के समूह का बहुलक ज्ञात कीजिए  
(Find the mode of the following sets of number);  
5,7,6,9,8,6,7,8,9,3,7,5,7,4

उत्तर: श्रेणी (series) का निरीक्षण करने पर पता चलता है कि इसमें 7 अधिक बार आया है, अतः बहुलक (mode) = 7

2. निम्नलिखित संमकों से बहुलक ज्ञात करें  
(Find the mode from the following data)

आकार (size)	3	4	5	6	7	8	9
बारम्बारता (frequency)	1	1	2	2	4	2	2

उत्तर:

आकार (size) 7 सबसे बड़ा पद है क्योंकि इसकी आवृत्ति (Frequency) सबसे ज्यादा 4 हैं, अतः बहुलक (mode) = 7  
Ans. mode (z) = 7

3. निम्नलिखित जूतों की संख्या से बहुलक आकार ज्ञात कीजिए-  
From the following number of shoes, find out the modal size : 2,4,6,5,3,7,6,8,5,6,7,3,1

उत्तर: श्रेणी (series) का निरीक्षण करने पर पता चलता है कि इसमें 6 अधिक बार आया है, अतः बहुलक (mode) = 6

Ans. mode (z) = 6

4. निम्नलिखित श्रेणी का बहुलक ज्ञात कीजिए-  
(Find out the mode of the following series):

मासिक मजदूरी (monthly wages)	1800	2200	2400	2500	2550	2700
मजदूरों की संख्या (no of workers)	7	25	45	65	30	12

उत्तर: उपरोक्त (series) में 2500 की आवृत्ति (frequency) सबसे अधिक जो 65 हैं। अतः बहुलक (mode) = 2500

Ans. mode(z) = 2500

5. निम्न सारणी का बहुलक ज्ञात कीजिए -  
(Find mode of the following data 25,20,35,10,22,26,2,2,24,25,27,30,35,41,35,38,40,35,27)

उत्तर: श्रेणी (series) का निरीक्षण (observation) करने पर पता चलता है कि इसमें 35 सबसे अधिक बार आया है। अतः बहुलक (mode) = 35

Ans. बहुलक (mode) = 35

**लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer Type Question)**

1. यदि माध्य ( $\bar{x}$ ) और माध्यिका (M) मान क्रमशः 25 और 26 है, बहुलक का मान ज्ञात कीजिए -

(If value of mean ( $\bar{x}$ ) and median (m) are 25 and 26 respectively, find the value of mode)

उत्तर:

$$\text{mean } (\bar{x}) = 25$$

$$\text{median (m)} = 26$$

$$\text{mode (z)} = ?$$

$$\begin{aligned} \text{mode (z)} &= 3m - 2\bar{x} \\ &= 3 \times 26 - 2 \times 25 \\ &= 78 - 50 \\ &= 28 \end{aligned}$$

$$\text{Ans. mode (z)} = 28$$

2. यदि माध्यिका ( $\bar{x}$ ) का मान 40 है और बहुलक (z) 36 है, माध्यिका का मान ज्ञात कीजिए।

(If the value of mean ( $\bar{x}$ ) is 40 and mode (z) = 36. find the value of median)

उत्तर:

$$\begin{aligned} \text{mean } (\bar{x}) &= 40 \\ \text{mode (z)} &= 36 \\ \text{median (m)} &= ? \\ z &= 3m - 2(\bar{x}) \\ 36 &= 3m - 2 \times 40 \\ 36 &= 3m - 80 \\ 3m &= 116 \\ m &= \frac{116}{3} \\ &= 38.67 \end{aligned}$$

$$\text{median (m)} = 38.67$$

3. एक असमितीय वितरण में बहुलक का मान 36 तथा माध्यिका का मान 32 है। माध्य का मान ज्ञात कीजिए

(In an asymmetrical distribution, the value of mode is 36 and value of median is 32. find the value of mean.)

उत्तर:

$$\begin{aligned} \text{mode (z)} &= 36 \\ \text{median (m)} &= 32 \\ \text{mean } (\bar{x}) &= ? \\ z &= 3m - 2(\bar{x}) \\ 36 &= 3 \times 32 - 2(\bar{x}) \\ 36 &= 96 - 2(\bar{x}) \\ 2(\bar{x}) &= 96 - 36 \\ (\bar{x}) &= \frac{60}{2} \\ &= 30 \\ \text{mean } (\bar{x}) &= 30 \end{aligned}$$

4. निम्न श्रेणी से माध्य, माध्यिका और बहुलक ज्ञात करें -

(Find mean, median and mode from the following series): 8, 12, 15, 19, 35, 21

उत्तर:

$$\begin{aligned} \text{mean } (\bar{x}) &= \frac{8+12+15+19+35+21}{6} \\ &= \frac{110}{6} \\ &= 18.33 \\ \text{Ans. mean } (\bar{x}) &= 18.33 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{median (m)} &= \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= \left(\frac{6+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item} \\ &= 3.5^{\text{th}} \text{ item} \\ &= \frac{3^{\text{rd}} \text{ item} + 4^{\text{th}} \text{ item}}{2} \\ &= \frac{15+19}{2} \\ &= \frac{34}{2} \\ &= 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{median (m)} &= 17 \\ \text{mode (z)} &= 3m - 2(\bar{X}) \\ &= 3 \times 17 - 2 \times 18.33 \\ &= 51 - 36.66 \\ &= 14.34 \\ \text{mode (z)} &= 14.34 \end{aligned}$$

5. निम्नलिखित श्रेणी का बहुलक ज्ञात कीजिए।  
(Find the mode of the following series)

मजदूरी (wages)	मजदूरों की संख्या (no of workers)
0-10	6
10-20	10
20-30	10
30-40	16
40-50	12
50-60	8

उत्तर:

निरीक्षण विधि द्वारा (by inspection method)

wages (class)	frequency (f)
0-10	6
10-20	10
20-30	10 f <sub>0</sub>
30-40	16 f <sub>1</sub>
40-50	12 f <sub>2</sub>
50-60	8
N = 62	

$$\begin{aligned} \text{Highest frequency} &= 16 \\ \text{mode class} &= 30-40 \end{aligned}$$

$$l_1 = 30, f_0 = 10, f_1 = 16, f_2 = 12, i = 10$$

$$\begin{aligned} \text{mode (z)} &= l_1 + \left(\frac{f_1 - f_2}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times i \\ &= 30 + \left(\frac{16 - 12}{2 \times 16 - 10 - 12}\right) \times 10 \\ &= 30 + \frac{40}{32 - 22} \\ &= 30 + \frac{40}{10} \\ &= 30 + 4 \\ &= 34 \\ \text{Ans. mode (z)} &= 34 \end{aligned}$$

### दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long answer type questions)

1. निम्न संमक से बहुलक ज्ञात कीजिए-  
(Find out mode of the following data:)

वर्ग (class)	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
आवृत्ति (frequency)	50	42	32	14	10	2

उत्तर:

निरीक्षण विधि द्वारा (by inspection method):

class	frequency
30-40	50 f <sub>1</sub>
40-50	42 f <sub>2</sub>
50-60	32
60-70	14
70-80	10
80-90	2
N = 150	

$$\begin{aligned} \text{highest frequency} &= 50 \\ \text{mode class} &= 30-40 \end{aligned}$$

अब,

$$l_1 = 30, f_0 = 0, f_1 = 50, f_2 = 42, i = 10$$

$$\begin{aligned} \text{mode (z)} &= l_1 + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times i \\ &= 30 + \left(\frac{50 - 0}{2 \times 50 - 0 - 42}\right) \times 10 \\ &= 30 + \frac{500}{100 - 42} \\ &= 30 + \frac{500}{58} \\ &= 30 + 8.62 \\ &= 38.62 \end{aligned}$$

$$\text{Ans. mode (z)} = 38.62$$

2. निम्न आँकड़ों से बहुलक की गणना करें-  
(Calculation mode from the following data)

मध्य मूल्य (mid value)	3	9	15	21	27	33
आवृत्ति (frequency)	12	24	38	52	34	19

उत्तर:

निरीक्षण विधि द्वारा (by inspection method)

class	frequency
0-6	12
6-12	24
12-18	38 f <sub>0</sub>
18-24	52 f <sub>1</sub>
24-30	34 f <sub>2</sub>
30-36	19
N = 179	

$$\begin{aligned} \text{highest frequency} &= 52 \\ \text{mode class} &= 18-24 \end{aligned}$$

अब,

$$l1 = 18, f0 = 38, f1 = 52, f2 = 34, i = 6$$

$$\begin{aligned} \text{mode (z)} &= l1 + \left( \frac{f1 - f0}{2f1 - f0 - f2} \right) i \\ &= 18 + \left( \frac{52 - 38}{2 \times 52 - 38 - 34} \right) \times 6 \\ &= 18 + \left( \frac{14 \times 6}{104 - 72} \right) \\ &= 18 + \frac{84}{32} \\ &= 18 + 2.63 \\ &= 20.63 \end{aligned}$$

Ans. mode (z) = 20.63

3. निम्न संमकों से बहुलक ज्ञात करें -

(Find the mode of the following series)

मजदूरी (wages in )	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
मजदूरों की संख्या (no of labour)	6	10	10	16	12	8

उत्तर:

समूहन विधि ( Grouping method)								
class	f	grouping in two		grouping in three			analysis table	
		1	2	3	4	5	6	7
0-10	6							
10-20	10	16					I	1
20-30	10 f <sub>0</sub>		20	26			III	3
30-40	16 f <sub>1</sub>	26			36		III	6
40-50	12 f <sub>2</sub>		28	36			III	3
50-60	8	20					I	1

highest frequency = 16  
mode class = 30 - 40  
अब (now),

$$l1 = 30, f0 = 10, f1 = 16, f2 = 12, i = 10$$

$$\begin{aligned} &= l1 + \left( \frac{f1 - f0}{2f1 - f0 - f2} \right) i \\ &= 30 + \left( \frac{16 - 10}{2 \times 16 - 10 - 12} \right) \times 10 \\ &= 30 + \left( \frac{6 \times 10}{32 - 22} \right) \\ &= 30 + \frac{60}{10} \\ &= 30 + 6 \\ &= 36 \end{aligned}$$

Ans. mode (z) = 36

4. निम्नलिखित आकड़ों से बहुलक ज्ञात करें-  
(Calculate mode from the following table):

size	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
frequency	5	7	19	18	16	10	5

उत्तर:

समूहन विधि ( Grouping method)								
class	f	grouping in two		grouping in three			analysis table	
		1	2	3	4	5	6	7
0-10	5							
10-20	7	12			31		I	1
20-30	19 f <sub>0</sub>		26			44	III	3
30-40	18 f <sub>1</sub>	37					III	5
40-50	16 f <sub>2</sub>		34	44			III	3
50-60	10	26				31	I	1
60-70	5		15					

highest frequency = 18  
mode class = 30-40  
अब (now)

$$l1 = 30, f0 = 19, f1 = 18, f2 = 16, i = 10$$

if f<sub>0</sub> or f<sub>2</sub> more than f<sub>1</sub> then in this case we should follow the following formula of mode :

$$\begin{aligned} \text{mode} &= l1 + \left( \frac{f2}{f0 + f2} \right) i \\ &= 30 + \left( \frac{16}{19 + 16} \right) \times 10 \\ &= 30 + \frac{160}{35} \\ &= 30 + 4.57 \\ &= 34.57 \end{aligned}$$

Ans. mode (z) = 34.57

5. निम्नलिखित आवृत्ति वितरण से बहुलक की गणना करें -  
(Calculate mode from the following frequency distribution)

marks less than	10	20	30	40	50
no of student	3	8	17	20	22

उत्तर:

निरीक्षण विधि द्वारा (by inspection method)	
class	frequency (f)
0-10	3
10-20	8-3 = 5f <sub>0</sub>
20-30	17-8 = 9f <sub>1</sub>
30-40	20-17 = 3f <sub>2</sub>
40-50	22-20 = 2

highest frequency = 9  
mode class = 20-30  
अब (now),

$$l1 = 20, f0 = 5, f1 = 9, f2 = 3, i = 10$$

$$\begin{aligned} \text{Mode (z)} &= l1 + \left( \frac{f1 - f0}{2f1 - f0 - f2} \right) i \\ &= 20 + \left( \frac{9 - 5}{2 \times 9 - 5 - 3} \right) \times 10 \\ &= 20 + \left( \frac{4 \times 10}{18 - 8} \right) \times 10 \\ &= 20 + \frac{40}{10} \\ &= 20 + 4 \\ &= 24 \end{aligned}$$

Ans. mode (z) = 24

बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple choice Questions)

- गुणोत्तर माध्य  $n$  पदों का  $n$  वाँ मूल है।  
G.M. is the  $n^{\text{th}}$  roots of the sum of  $n$  terms.  
(a) सत्य true (b) असत्य false
- 2 अंको 4 तथा 64 का गुणोत्तर माध्य होगा।  
The G.M. of 2 numbers 4 and 64 shall be  
(a) 16 (b) 10  
(c) 12 (d) 9
- कौन सा सम्बन्ध सही है which of the following relationship is correct.  
(a)  $A.M. = \sqrt{(G.M. \times H.M.)}$   
(b)  $H.M. = \sqrt{(A.M. \times G.M.)}$   
(c)  $G. M = \sqrt{(A.M. \times H.M.)}$   
(d)  $G.M. = \frac{A.M. \times H.M.}{2}$
- संख्या 3,4,18 का गुणोत्तर माध्य है  
Geometric mean of 3,4 and 18 is  
(a) 6 (b) 4  
(c) 8 (c) 12
- असमान पदों की दशा में  
In case of unequal size of items  
(a)  $A.M. \geq G.M. \geq H.M.$   
(b)  $A.M. < G.M. < H.M.$   
(c)  $A.M. > G.M. > H.M.$   
(d) None of these

- संयुक्त गुणोत्तर माध्य  
Combined G.M. =  
Antilog  $\left[ \frac{N_1 \log G_1 + N_2 \log G_2}{N_1 + N_2} \right]$   
(a) सत्य true (b) असत्य false
- 6 और -6 का गुणोत्तर माध्य है  
The geometric mean of the observation 6 and -6 is  
(a) 36 (b) -36  
(c) 0 (d) कोई नहीं  
none of these

ANSWER

- (1) a, (2) a, (3) c, (4) a, (5) c, (6) a, (7) d

लघुउत्तरीय प्रश्न (Short Answer Type Questions)

- गुणोत्तर माध्य किसे कहते हैं?  
Define geometric mean  
Ans- गुणोत्तर माध्य श्रेणी के समस्त पद मूल्यों का वह मूल (root) होता है जितनी उस श्रेणी में इकाइयाँ या संख्याएँ होती हैं।  
Geometric mean is the  $n^{\text{th}}$  root of product of  $N$  numbers  
$$G.M. = N\sqrt{(x_1) \times (x_2) \times (x_3) \times \dots \times (x_n)}$$
- गुणोत्तर माध्य कितने प्रकार के होते हैं  
How many types of geometric mean  
Ans- गुणोत्तर माध्य दो प्रकार के होते हैं  
There are two types of geometric mean  
1. सरल गुणोत्तर माध्य  
Simple Geometric mean  
2. भारित गुणोत्तर माध्य  
Weighted Geometric mean



- 3 3 और 12 का गुणोत्तर माध्य ज्ञात करिए  
Find Geometric mean of 3 and 12

$$\begin{aligned} \text{Ans G.M.} &= \sqrt[2]{3 \times 12} \\ &= \sqrt[2]{36} \\ &= 6 \end{aligned}$$

4. 3 ,8 और 9 का गुणोत्तर माध्य ज्ञात कीजिए  
Find Geometric mean of 3 ,8 and 9.

$$\begin{aligned} \text{Ans G.M.} &= \sqrt[3]{3 \times 8 \times 9} \\ &= \sqrt[3]{216} \\ &= 6 \end{aligned}$$

5. निम्नलिखित समंको से गुणोत्तर माध्य निकालिए

Find out Geometric mean from the following data

100, 120, 85, 140, 110

Ans-

Calculation of G.M.

items (x)	logarithms (logx)
100	2.0000
120	2.0792
85	1.9294
140	2.1461
110	2.0414
n = 5	$\Sigma \log 10.1961$

$$\begin{aligned} \text{G.M.} &= \text{Antilog } \frac{\Sigma \log x}{n} \\ &= \text{Antilog } \frac{10.1961}{5} \\ &= \text{Antilog } 2.0392 \\ &= 109.44 \end{aligned}$$

6. लघुगुणक का प्रयोग किये बिना निम्नलिखित का गुणोत्तर माध्य ज्ञात कीजिये

Find Geometric mean from the following without using lag table  
5.6, 56, 560, .56, .056

$$\text{Ans } \sqrt[5]{5.6 \times 56 \times 560 \times .56 \times .056}$$

$$\sqrt[5]{\frac{56}{10} \times 56 \times 56 \times 10 \times \frac{56}{100} \times \frac{56}{1000}}$$

$$\sqrt[5]{(56)^5 \times \frac{1}{10^5}}$$

$$56 \times \frac{1}{10}$$

$$= 5.6$$

7. बिना लघुगुणक सारणी के 3,6,24और 48 का गुणोत्तर माध्य निकाले Calculate the geometric mean of 3, 6 ,24 and 48 without using log table.

$$\text{Ans. G.M.} = \sqrt[4]{3 \times 6 \times 24 \times 48}$$

$$= \sqrt[4]{3 \times (2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3)}$$

$$\sqrt[4]{2^8 \times 3^4}$$

$$= 2^2 \times 3 = 4 \times 3 = 12$$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long Answer Type Questions)

8. 8 परिवारों की दैनिक आय ₹240, ₹500, ₹180, ₹250, ₹120, ₹1400, ₹7000 और 360 है.इनका गुणोत्तर माध्य निकालिए.

Daily incomes of 8 families are 240, 500, 180, 250, 120, 1400, 7000 and 360. Calculate the geometric mean.

Ans

Calculation of G.M.

(X)	Longarithms ( log X )
240	2.3802
500	2.6990
180	2.2553
250	2.3979
120	2.0792
1400	3.1461
7000	3.8451
360	2.5563
N=8	$\Sigma (\text{Log } x) = 21.3591$

$$\text{G.M.} = \text{Antilog } \left[ \frac{\Sigma \log x}{N} \right]$$

$$\text{Antilog } \frac{21.3591}{8}$$

$$= \text{Antilog } 2.6698$$

$$= 467.51$$

9. निम्नलिखित से गुणोत्तर माध्य निकालें ।

Find Geometric mean from the following :

SIZE	12	18	48	61
FREQUENCY	5	3	2	8

**Ans** Calculation of G.M.

(x)	log (X)	(f)	f.log x
12	1.079	5	5.3960
18	1.2553	3	3.7659
48	1.6812	2	3.3624
61	1.7853	8	14.2824
		$\Sigma f = 18$	$\Sigma f \cdot \log x = 26.8067$

$$\text{G.M.} = \text{Antilog} \left[ \left( \frac{\Sigma f \cdot \log x}{f} \right) \right]$$

$$= \text{Antilog} \frac{26.8067}{18}$$

$$= \text{Antilog } 1.4893$$

$$= 30.85$$

10. निम्नलिखित से गुणोत्तर माध्य निकाले ।

Find Geometric mean from the following:

calss	0-10	20-20	20-30	30-40	4-50
fre-quency	4	6	14	8	4

**Ans** Calculation of G.M.

Class	Mid value(x)	(log x)	(f)	f.log x
0-10	5	.6990	4	2.7960
10-20	15	1.1761	6	7.0566
20-30	25	1.3979	14	19.5706
30-40	35	1.5441	8	12.3528
40-50	45	1.6532	4	6.6128
			$\Sigma(f = 36)$	$\Sigma f \cdot \log x = 48.3888$

$$\text{G.M.} = \text{Antilog} \left[ \frac{\Sigma \frac{f \cdot \log x}{f}}{36} \right]$$

$$= \text{Antilog} \frac{48.3888}{36}$$

$$= \text{Antilog } 1.3441$$

$$= 22.09$$

11. निम्नलिखित आवृत्ति सारणी से गुणोत्तर माध्य निकाले ।

Find Geometric mean from the following frequency table:

wages (more than)	90	80	70	60	50	40
frequency	3	11	28	43	53	65

**Ans** Calculation of G.M.

Class	Mid value(x)	(log x)	(f)	f.log x
90-100	95	1.9777	3	5.9331
80-90	85	1.9294	11-3=8	15.4358
70-80	75	1.8750	28-11=17	31.875
60-70	65	1.8129	43-28=15	27.193
50-60	55	1.7403	53-43=10	17.403
40-50	45	1.6532	65-53=12	19.8384
			$\Sigma f = 65$	$\Sigma f \cdot \log x = 117.677$

$$\text{G.M.} = \text{Antilog} \left[ \frac{\Sigma \frac{f \cdot \log x}{f}}{65} \right]$$

$$= \text{Antilog} \frac{117.677}{65}$$

$$= \text{Antilog } 1.8105$$

$$= 64.65$$

12. निम्नलिखित आंकड़ों से भारित गुणोत्तर

माध्य ज्ञात कीजिये । Find weighted

Geometric mean from the following data

समूह Group	सूचकांक index no	भार weight
खाद food	125	7
वस्त्र clothing	133	5
इंधन और प्रकाश fuel and lighting	141	4
किराया rent	173	1
विविध miscellaneous	182	3

**Ans. Calculation of weighted G.M.**

समूह Group	सूचकांक index no	भार wight (w)	log x	w.log x
खाद food	125	7	2.0969	14.6783
वस्त्र clothing	133	5	2.1239	10.6195
इंधन और प्रकाश fuel and lighting	141	4	2.1492	8.5968
किराया rent	173	1	2.2380	2.2380
विविध miscellaneous	182	3	2.2601	6.7803
		$\Sigma w=20$		$\Sigma w.log x=42.9129$

$$G.M. = \text{Antilog} \left[ \frac{\sum w \log x}{\sum f} \right]$$

$$\frac{42.9129}{20}$$

$$G.M. = \text{Antilog} 2.1456 = 139.82$$

13. संख्या 20, 18, 12 और 4 का भारित गुणोत्तर माध्य ज्ञात कीजिये यदि इनका भार क्रमशः 1, 3, 4 और 2 है।  
Find the weighted Geometric mean of the numbers 20, 18, 12 and 4 if their weights are 1, 3, 4 and 2 respectively.

**Ans.**

**Calculation of weighted G.M.**

X	Weight	Log x	W.log X
20	1	1.3010	1.3010
18	3	1.2553	3.7659
12	4	1.0792	4.3168
4	2	0.6021	1.2042
	$\Sigma w = 10$		$\Sigma w \log x = 10.5879$

$$G.M. = \text{Antilog} \left[ \frac{\sum w \log x}{\sum f} \right]$$

$$\text{Antilog} = \frac{10.5879}{10}$$

$$= \text{Antilog} 1.05879 = 11.44$$

14. किसी देश की जनसँख्या में प्रथम दशक में 20% ,दुसरे दशक में 30% और तीसरे दशक में 45% की वृद्धि हुई तो जनसँख्या की औसत वृद्धि दर ज्ञात कीजिये

The population of a country increase by 20% in first decade, 30% in second decade and 45% in third decade. Find the average rate of increase per decade in the population

**Ans:**

Population at the beginning of decade	Rate of increase	Population at the end of decade(x)	log x
100	20	100+20=120	2.0792
100	30	100+30=130	2.1139
100	45	100+45=145	2.1614
n=3			$\Sigma \log x = 6.3545$

$$GM = \text{Antilog} \left[ \frac{\sum w \log x}{\sum f} \right]$$

$$= \text{Antilog} \frac{6.3545}{3}$$

$$= \text{Antilog} 2.1182 = 131.28\%$$

15. कोई धन 10 वर्ष में 100000 से बढ़ कर 120000 हो गया। वार्षिक वृद्धि दर क्या है ?  
An amount increased from 100000 to 120000 in 10 years. What is the annual rate of increase?

Ans. given

$$p_0 = 100000$$

$$p_n = 120000 \quad n = 10$$

$$r = \sqrt[n]{\frac{p_n}{p_0}} - 1$$

$$r = 10\sqrt{\frac{120000}{100000}} - 1$$

$$= \text{Antilog} \left[ \frac{\log 1.2}{10} \right] - 1$$

$$= \text{Antilog} \frac{0.0792}{10} - 1$$

$$= \text{Antilog } 0.00792 - 1$$

$$= 1.018 - 1$$

$$= 0.018$$

$$R = .018 \times 100$$

$$= 1.8\%$$

16. दस समको का गुणोत्तर माध्य 8 है तथा दूसरी 5 मदों का गुणोत्तर माध्य 27 है। मिश्रित गुणोत्तर माध्य ज्ञात कीजिये।  
The geometric mean of 10 items is 8 and of another 5 items is 27. Find out combined Geometric Mean.

Ans Given  $N_1=10, G_1=8$   $N_2=5, G_2=27$   
Combined G.M.

$$= \text{Antilog} \left[ \frac{n_1 (\log G_1) + n_2 (\log G_2)}{n_1 + n_2} \right]$$

$$= \text{Antilog} \left[ \frac{10 (\log 8) + 5 (\log 27)}{(10 + 5)} \right]$$

$$= \text{Antilog} \left[ \frac{(10 \times 0.9031 + 5 \times 1.4314)}{15} \right]$$

$$= \text{Antilog} \left[ \frac{(9.0310 + 7.1570)}{15} \right]$$

$$= \text{Antilog} \left[ \frac{16.1880}{15} \right]$$

$$= \text{Antilog } 1.0792$$

$$= 12$$

17. एक कारखाने में अप्रत्यक्ष व्यय प्रथम वर्ष में 20 %,दूसरे वर्ष में 15 % तथा तीसरे वर्ष में 40 %बढ़ गया तो अप्रत्यक्ष व्यय की औसत वृद्धि ज्ञात कीजिये। In a factory indirect expenses went up 20% in first year ,15% in 2nd year and 40% in 3rd year. Find out the average rate of increase per annum.

Ans: Calculation of geometric mean

indirect expenses at the beginning of decade	Rate of increase(%)	Indirect expenses at the end of decade (x)	log x
100	20	100+20=120	2.0792
100	15	100+15=115	2.0607
100	40	100+40=140	2.1461
n=3			$\Sigma \log x$ =6.2860

$$\text{IG.M.} = \text{Antilog} \left[ \frac{\sum \log x}{n} \right]$$

$$= \text{Antilog} \frac{6.2860}{3}$$

$$= \text{Antilog } 2.0953$$

$$= 124.6\%$$

18. एक मशीन का मूल्य पहले वर्ष में 35.5% ,दूसरे वर्ष में 22.5%, तथा तीसरे वर्ष में 9.5% कम होता है । प्रत्येक प्रतिशत को घटते हुए मूल्य पर निर्धारित किया गया । तीन वर्षों की औसत हास दर क्या है?

A machine is assumed to depreciate @ 35.5% per annum in the first year, @ 22.5% in the second year and 9.5% per annum in the third year. Each percentage being computed on diminishing value. What is the average percentage depreciation for 3 years?

Ans:

year	value at the beginning	rate of depreciation (%)	value after depreciation (x)	log x
1	100	35.5	64.5	1.8096
2	100	22.5	77.5	1.8893
3	100	9.5	90.5	1.9566
	n=3			$\sum \log x = 5.6555$

$$\text{G.M.} = \text{Antilog} \left[ \frac{\sum \log x}{n} \right]$$

$$= \text{Antilog} \frac{5.6555}{3}$$

$$= \text{Antilog } 1.8852$$

$$= 76.78$$

Depreciated value at the end of third year = 76.78%

Rate of depreciation = 100 - 76.78 = 23.22%

19. निम्नलिखित से गुणोत्तर माध्य निकाले ।  
Find Geometric mean from the following :

marks more than	70	60	50	40	30	20
no of student	7	18	40	40	63	70

Ans Calculation of G.M.

Class interval	Mid value (x)	(log x)	(f)	f.log x
20-30	25	1.3979	70-63=7	9.7853
30-40	35	1.5441	63-40=23	35.5143
40-50	45	1.6532	40-40=0	0
50-60	55	1.7404	40-18=22	38.2888
60-70	65	1.8129	18-7=11	19.9419
70-80	75	1.8751	7	13.1257
			$\sum f = 70$	$\sum f \log x = 116.656$

$$\text{G.M.} = \text{Antilog} \frac{\sum f \log x}{\sum f}$$

$$= \text{Antilog} \frac{116.656}{70}$$

$$= \text{Antilog } 1.6665$$

$$= 46.39$$

## बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple Choice Questions)

- (1) 5, 2, 8 और 10 का हरात्मक माध्य है  
The harmonic mean of 5, 2, 8 and 10 is  
(a) 5.32 (b) 4.32  
(c) 4 (d) 5
- (2) औसत चाल निम्नलिखित से ज्ञात किया जाता सकता है  
The average speed can be calculated by  
(a) समांतर माध्य (Arithmetic mean)  
(b) गुणोत्तर माध्य (Geometric mean)  
(c) हरात्मक माध्य (Harmonic mean)  
(d) इनमें से कोई नहीं None of these
- (3) 5 तथा 15 का हरात्मक माध्य है  
Harmonic mean of 5 and 15 is  
(a) 7 (b) 7.2  
(c) 7.5 (d) 7.8
- (4) हरात्मक माध्य कितने प्रकार के होते हैं  
How many types of harmonic mean  
(a) 1 (b) 2  
(c) 3 (d) 4
- (5) एक समक माला का हरात्मक माध्य उसके मूल्यों के व्युत्क्रमों के समांतर माध्य का व्युत्क्रम होता है  
The harmonic Mean of a series is the reciprocal of the arithmetic mean of the reciprocal of the individual numbers  
(a) सत्य True (b) असत्य False
- (6) समांतर माध्य का गणना सूत्र है  
Formula of harmonic mean is  
$$H.M = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$
  
(a) सत्य True (b) असत्य False

## ANSWER

1- b, 2- c, 3- d, 4- b, 5- a, 6- a

## लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer type Questions)

- (1) हरात्मक माध्य किसे कहते हैं?  
Define harmonic mean?  
Ans. एक समकमाला का हरात्मक माध्य उसके मूल्यों के व्युत्क्रमों के समान्तर माध्य का व्युत्क्रम होता है।  
The harmonic mean of a series is the reciprocal of the arithmetic mean of the reciprocal of the individual numbers.
- (2) हरात्मक माध्य कितने प्रकार के होते हैं?  
How many types of harmonic mean  
Ans: हरात्मक माध्य दो प्रकार का होता है।  
There are two type of harmonic mean  
(i) सरल हरात्मक माध्य Simple harmonic mean  
(ii) भारित हरात्मक माध्य Weighted harnomicmean.
- (3) समांतर माध्य, गुणोत्तर माध्य तथा हरात्मक माध्य के बीच के सम्बन्ध को लिखिए  
State the relation between A.M, G.M, and H.M.  
Ans:  $G.M. = \sqrt{A.M \times H.M.}$
- (4) 5 और 15 का हरात्मक माध्य ज्ञात कीजिए  
Find out the harmonic mean of 5 & 15 :

$$\text{Ans: } H.M = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}}$$

$$\frac{2}{\frac{1}{5} + \frac{1}{15}} + \frac{2}{\frac{3+1}{15}} + \frac{2}{\frac{4}{15}} = \frac{2 \times 15}{4} = \frac{2 \times 15}{4} = 7.5$$

(5) हरात्मक माध्य का गणना सूत्र दीजिए।  
Give the formula of calculating harmonic mean.

Ans: 
$$H.M = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

या 
$$H.M = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{x_i}\right)}$$

Where H.M = Harmonic mean  
N = number of item

$x_i$  = various values in the series

(6) यदि दो संख्याओं का समन्तर माध्य 10 है और उनका गुणोत्तर माध्य 8 है तो उनका हरात्मक माध्य निकालिए।

If arithmetic mean and geometric mean of 2 values . 10 and 8 respectively find its harmonic mean.

Ans:  $G.M = \sqrt{A.M \times H.M}$

or  $G.M^2 = A.M \times H.M$

or  $8^2 = 10 \times H.M$

$H.M = \frac{64}{10} = 6.4$

(7) श्रेणी के 2 पद a और b हैं। इनके समान्तर माध्य, गुणोत्तर माध्य एवं हरात्मक माध्य बताइए।  
a, & b is the two items of a series. find its arithmetic mean, geometric mean and harmonic mean

Ans: Arithmetic mean  $\bar{X} = \frac{a+b}{2}$

Geometric mean  $G.M = \sqrt{ab}$

Harmonic mean  $H.M = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$

(8) यदि 2 संख्याओं का समान्तर माध्य व गुणोत्तर माध्य क्रमशः 50 व 48 है तो उन पदों का मूल्य बताइए।

Arithmetic mean and geometric mean of two values are 50 and 48 respectively. find their value.

Ans:  $\bar{X} = \frac{a+b}{2} = 50$

or  $a + b = 50 \times 2 = 100$

$G.M = \sqrt{ab}$

$= 48 = \sqrt{ab}$

or  $ab = 48^2 = 2304$

or  $(a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2$

or  $100^2 - 4 \times 2304 = (a-b)^2$

or  $10000 - 9216 = (a-b)^2$

or  $(a-b)^2 = 784$

$a - b = \sqrt{784} = 28$

there for  $a + b = 100$  .....(i)

$a - b = 28$  ..... (ii)

by adding equation (i) & (ii)

$2a = 128$

$a = \frac{128}{2} = 64$

by putting the value of a in equation (i)

$64 + b = 100$

or  $b = 100 - 64 = 36$

a) = 64 (b) 36

(9) निम्नांकित का हरात्मक माध्य निकालिए  
find out the harmonic mean of the following  
5, 2, 8, 10

Ans: 
$$H.M = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}}$$
  
$$= \frac{4}{\frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10}} = \frac{4}{2 + .5 + .125 + .1}$$
  
$$\frac{4}{.925} = 4.3243.$$

(10) निम्नांकित संख्याओं के हरात्मक माध्य निकालिए  
Find the harmonic mean of the following .

$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$

Ans: 
$$H.M = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}}$$

$$= \frac{n}{\frac{1}{1} + \frac{1}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\frac{1}{3}} + \frac{1}{\frac{1}{4}}}$$
  
$$= \frac{4}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{4}{10} = .4$$

(11) निम्न संख्याओं का हरात्मक माध्य ज्ञात कीजिए

Calculate harmonic mean from the following data

पद size	3	5	7	9	total
frequency	20	40	30	10	100

Ans: Calculation of Harmonic mean

size (x)	frequency (f)	1/x (reciprocal)	f × 1/x
3	20	1/3	20/3=6.666
5	40	1/5	40/5=8.0000
7	30	1/7	30/7=4.284
9	10	1/9	10/9=1.1111
	n=100		Σ(f × 1/x)

$$= 20.0617$$

$$\text{H.M.} = \frac{n}{\sum \left[ f \times \frac{1}{x} \right]} = \frac{100}{20.0617}$$

$$= 4.9846$$

(12) निम्नलिखित आंकड़ों से हरात्मक माध्य विधि द्वारा प्रति - श्रमिक औसत उत्पादन की गणना कीजिए  
from the following data calculate the arenge out put per worker by harmonic mean method.

उत्पाद out put	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99	100-104
श्रमिकों की संख्या (no of workers)	3	5	15	12	7	6	2

Ans:-

Calculation of harmonic mean

उत्पादन output	श्रमिकों की संख्या no of workers fi	माध्यमान mid value	व्युक्रम (1/xi)	f × 1/xi
70-74	3	72	1/72	3/72=.0414
75-79	5	77	1/77	5/77=.0645
80-84	15	82	1/82	15/82=.1815
85-89	12	87	1/87	12/87=.1368
90-94	7	92	1/92	7/92=.0756
95-99	6	97	1/97	6/97=.0618
100-104	2	102	1/102	2/102=.0196
	n=50			Σ f <sub>i</sub> × 1/x <sub>i</sub>

$$= 20.0617$$

$$\text{H.M.} = \frac{n}{\sum \left[ f \times \frac{1}{x_i} \right]} = \frac{50}{.5812} = 86.028$$

(13) आप एक यात्रा पर जा रहे जिसमें 900 किसी रेल से जाना है जिसकी गति 60 किमी/घण्टा है, 300किमी नाव से जिसकी गति 25 किमी/घण्टा 400किमी हवाई जहाज से जिसकी गति 350किमी/घण्टा और अन्त में 15 किमी टैक्सी से जाना है जिसकी गति 25 किमी/घण्टा है। पूरी इटी के लिए आपकी औसत गति क्या है।

you can take a trip which entails travelling 900km by train at speed 60km/hour, 300km by boat at speed 25km/hour, 400 km by aroplane at speed 350 km/hour and at last 15km by taxi at speed 25km/hour what is your average speed for extra distance calculation of harmonic mean

speed km/hour (x)	Destance covered (w)	Distance rate of speed (w/x)
60	900	900/60=15
25	300	300/25=12
350	400	400/350=1.14
25	15	15/25=.6
	Σ-w=1615	Σw/x=28.74

$$\text{Weighted harmonic mean} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}} = \frac{1615}{28.74}$$

$$= 56.19 \text{ km/hour}$$



- (14) निम्नलिखित आकड़ों से भारित हरात्मक माध्य सात कीजिए

size आंकर	40	50	120	150	110
weight भार	10	6	4	2	3

Ans:

size (x)	व्युत्क्रम $1/x$	भार (w)	$w \cdot 1/x$
40	$1/40=.025$	10	.25
50	$1/50=.020$	6	.12
120	$1/120=.008$	4	.032
150	$1/150=.007$	2	.014
110	$1/110=.009$	3	.027
		$\Sigma w=25$	$\Sigma w/x=.443$

$$H.M = \frac{\Sigma f}{\Sigma f \frac{1}{x}} = \frac{25}{.443} = 56.43$$

- (15) निम्नलिखित आकड़ों से हरात्मक माध्य सात कीजिए

find harmonic mean from the following

Age	51	52	53	54	55
No of persons	4	10	6	2	2

Ans: calculation of H.M.

Age (x)	no of persons +	$1/x_i$	$f \times 1/x_i$
51	4	$1/51$	$4 \times 1/51 = .0784$
52	10	$1/52$	$10 \times 1/52 = .1923$
53	6	$1/53$	$6 \times 1/53 = .1132$
54	2	$1/54$	$2 \times 1/54 = 0.370$
55	2	$1/55$	$2 \times 1/55 = 0.363$
	$\Sigma f=24$		$\Sigma f \cdot 1/x = .4572$

$$H.M. = \frac{\Sigma f}{\Sigma f \frac{1}{x}} = \frac{24}{.4572} = 52.49$$

#### बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple Choice Questions)

सही विकल्प का चुनाव कीजिए (choose the correct option)

1. **उपनति दर्शाता है दीर्घकालीन प्रवृत्ति के (Trend analyse refers to long-term tendency to)**
  - (a) केवल बढ़ने की (Increasing only)
  - (b) केवल घटने की (Decrease only)
  - (c) बढ़ने अथवा घटने की (Either increase or decrease)
  - (d) इनमें से कोई नहीं (None of these)
2. **काल श्रेणी विश्लेषण निम्नलिखित से सम्बन्धित है (Time series analysis following to related for)&**
  - (a) मौसमी उच्चावचन (Seasonal variation)
  - (b) दीर्घकालीन उच्चावचन (Secular Trend)
  - (c) चक्रीय उच्चावचन (Cyclical variation)
  - (d) उपरोक्त सभी (All of the above)
3. **मौसमी (ऋतुनिष्ठ) वितरणों को उत्पन्न करने वाले सबसे महत्वपूर्ण कारक हैं (The most important factor causing seasonal variations are)-**
  - (a) जनसंख्या वृद्धि (Growth of population)
  - (b) फैशन में परिवर्तन (Change in fashion)
  - (c) मौसम और सामाजिक रीतिरिवाज (Weather and Social Customs)
  - (d) तकनीकी सुधार (Technological Improvement)
4. **मौसमी विचरणों के मापने की सबसे व्यापक रूप से प्रयुक्त होने वाली विधि है (The most used method of measuring seasonal variations is)-**
  - (a) उपनति विधि (Trend method)
  - (b) गतिमान माध्य अनुपात विधि (Ratio to moving average method)
  - (c) श्रृंखलित सापेक्षिक विधि (Link relative method)
  - (d) सरल माध्य विधि (Method of simple averages)
5. **मौसमी उच्चावचन होते हैं (The seasonal fluctuations are) —**
  - (a) आवधिक एवं अनियमित (Periodic and irregular)
  - (b) आवधिक एवं नियमित (Periodic and regular)
  - (c) आवधि नहीं (Not periodic)
  - (d) चक्रीय (Cyclical)
6. **काल-श्रेणी समकों का विश्लेषण किया जाता है (Time & series data are analysed to) &se**
  - (a) भूतकालीन व्यवहार को समझने के लिए (understand the past behaviour)
  - (b) गत अनुभवों के आधार पर भविष्यवाणी करने के लिए (Make predictions on the basis of past experience)
  - (c) उच्चावचनों के कारणों को समाप्त करने के लिए (Eliminate the causes of fluctuations)
  - (d) उपरोक्त में से कोई नहीं (None of the above)
7. **चक्रीय अस्थिरता का कारण होता है- (Cyclic fluctuation are caused by :)**
  - (a) बाढ़ (Floods)
  - (b) हड़ताल और तालाबंदी (Strikes and Lock out)
  - (c) युद्ध (Wars)
  - (d) इनमें से कोई नहीं (None of these)

8. एक अवधि के दौरान मौसमी विविधता दोहराता है-  
(Seasonal variations repeat during a period :)

- (a) पाँच वर्ष (Five year)
- (b) सात वर्ष (Seven year)
- (c) एक वर्ष (One year)
- (d) इनमें से कोई नहीं (None of these)

9. यदि प्रवृत्ति अनुपस्थित है तो मौसमी सूचकांक ज्ञात होते हैं- (If the trend is absent seasonal indices are known by :)

- (a) चल औसत अनुपात विधि (Ratio to moving average method)
- (b) साधारण औसत विधि (Simple average method)
- (c) उपनति अनुपात विधि (Ratio to trend method)
- (d) इनमें से कोई नहीं (None of these)

10. निम्न से कौन-सा घटक अल्पावधि पूर्वानुमान के लिए उपयोग किया जाता है? (Which of the following components is used for a short-term forecast)

- (a) मौसमी (Seasonal)
- (b) प्रवृत्ति (Trend)
- (c) चक्रीय (Cyclical)
- (d) इनमें से कोई नहीं (None of these)

**ANSWER**

1. (c) 2. (d) 3. (c) 4. (b) 5. (b) 6. (b) 7. (d) 8. (c) 9. (b) 10. (d)

**लघु उत्तरीय प्रश्न (short answer type questions)**

(1) निम्नलिखित मूल्यों का अर्द्ध-माध्य रीति से उपनति ज्ञात कीजिए  
(find the trend of the following value by semi - average method)

semi-average method):

वर्ष (year)	2006	2007	2008	2009	2010	2011
बिक्री (sales)	24	36	30	42	58	40

हल (solution)

year	sales
2006	24
2007	36 first-half
2008	30
2009	42
2010	68 second-half
2011	40

Average of first-half :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$= \frac{24 + 36 + 30}{3}$$

$$= \frac{90}{3}$$

$$= 30$$

Ans.  $\bar{X}$  of first half = 30

Average of second - half :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$= \frac{42 + 68 + 40}{3}$$

$$= \frac{140}{3}$$

$$= 46.67$$

Ans.  $\bar{X}$  of second half = 46 .67

(2) निम्न मूल्यों का अर्द्ध-माध्य विधि से उपनति ज्ञात करें-

(find the trend of the following values by semi average method)

वर्ष (year)	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
गेहूँ का उत्पादन (production of wheat)	36	43	41	50	58	56	66

हल (solution) :

year	production
2006	36
2007	43 first - half
2008	41
2009	50
2010	58
2011	56 second-half
2012	66

Average of first half :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$= \frac{36 + 43 + 41}{3}$$

$$= \frac{120}{3}$$

$$= 40$$

Average of second half:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$= \frac{58 + 56 + 66}{3}$$

$$= \frac{180}{3}$$

$$= 60.$$

- (3) न्यूनतम वर्ग विधि द्वारा उपनति मूल्य ज्ञात करें  
(find the trend values by least squares method)

वर्ष (year)	1969	1979	1989	1999	2009
मूल्य (value)	34	50	67	75	85

2019 के लिए मूल्य का अनुमान कीजिए  
(estimate value of 2019)

हल (solution) :

year	value (y)	time devi from 1989(x)	x <sup>2</sup>	xy	trend vlaue ye=a+bx
1969	34	-2	4	-68	62.2+(12.7×-2)=36.8
1979	50	-1	1	-50	62.2+(12.7×-1)=49.5
1989	97	0	0	0	62.2+(12.7×0)=62.2
1999	75	1	1	75	62.2+(12.7×1)=74.9
2009	85	2	4	170	62.2+(12.7×2)=87.6
N= 5	ΣY=311	Σx=0	Σx <sup>2</sup> =10	Σxy=127	

$$a = \frac{\sum y}{N} \quad b = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$$

$$a = \frac{311}{5} \quad b = \frac{127}{10}$$

$$= 62.2 \quad = 12.7$$

Estimate valve for 2019 :

$$y_{2019} = a + bx$$

$$= 62.2 + (12.7 \times 3)$$

$$= 62.2 + 38.1$$

$$= 100.3$$

- (4) 3- वर्षीय चल माध्य विधि से उपनति निधारित कीजिए (using 3- yearly moving average determine the trend):

वर्ष (year)	उत्पादन (production)	वर्ष (year)	उत्पादन (production)
2000	10	2005	12
2001	8	2006	10
2002	12	2007	20
2003	16	2008	12
2004	14	2009	10

हल (solution) :

Calculation of 3- yearly moving average

year	preoduction	3-yearly moving data	3-yearly moving average
2000	10	-	-
2001	8	30	10
2002	12	36	12
2003	16	42	14
2004	14	42	14
2005	12	36	12
2006	10	42	14
2007	20	42	14
2008	12	42	14
2009	10	-	-

- (5) निम्नलिखित का न्यूनतम वर्ग विधि द्वारा उपनति मूल्य निकालिए

(Calculate by the method of least squares the trend values of the following) :

वर्ष (year)	2010	2011	2012	2013	2014
उत्पादन (production)	45	74	89	92	56

हल (solution) :

Calculation of trend values by least square method

Year	Production (y <sub>0</sub> )	Time Deviation from 2012 (x)	x <sup>2</sup>	xy	Trend y= a+bx
2010	45	-2	4	-90	63.2
2011	74	-1	1	-74	67.2
2012	89	0	0	0	71.2
2013	92	+1	1	92	75.2
2014	56	+2	4	112	79.2
N=5	Σy=356		Σx <sup>2</sup> =10	Σxy=40	

$$a = \frac{\sum y}{N} \quad b = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{356}{5} &= \frac{40}{10} \\ &= 71.2 &= 4 \end{aligned}$$

Calculation of trend value of the following year:

$$\begin{aligned} ye &= a + bx \\ \text{year 2010} &= 71.2 + 4(-2) = 71.2 - 8 = 63.2 \\ \text{year 2011} &= 71.2 + 4(-1) = 71.2 - 4 = 67.2 \\ \text{year 2012} &= 71.2 + 4(0) = 71.2 + 0 = 71.2 \\ \text{year 2013} &= 71.2 + 4(+1) = 71.2 + 4 = 75.2 \\ \text{year 2014} &= 71.2 + 4(+2) = 71.2 + 8 = 79.2 \end{aligned}$$

- (6) न्यूनतम वर्ग विधि से एक सरल रेखा उपनति समीकरण तैयार कीजिए -

(fit a straight line trend equation by method of least squares)

समय (time)	1991	1992	1993	1994	1995
चर (variable)	15	21	25	33	40

हल (solution) :

Calculation of trend by least square method

year	variable (y)	time devi from 1993	x <sup>2</sup>	xy	trend ye= a+bx
1991	15	-2	4	-30	14.4
1992	21	-1	1	-20	20.6
1993	25	0	0	0	26.8
1994	33	1	1	33	33.0
1995	40	2	4	80	39.2

N=5	Σy=134		Σx <sup>2</sup> =10	Σxy=60	
-----	--------	--	---------------------	--------	--

$$a = \frac{\sum Y}{N} \quad b = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$$

$$= \frac{134}{5} \quad = \frac{62}{10}$$

$$= 26.8 \quad = 6.2$$

Calculation of trend value of the following year:

$$\begin{aligned} \text{year 1991} &= 26.8 + 6.2(-2) = 14.4 \\ \text{year 1992} &= 26.8 + 6.2(-1) = 20.6 \\ \text{year 1993} &= 26.8 + 6.2(0) = 26.8 \\ \text{year 1994} &= 26.8 + 6.2(1) = 33.0 \\ \text{year 1995} &= 26.8 + 6.2(2) = 39.2 \end{aligned}$$

### दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न ( long answer type question)

- (1) निम्न संमक का 3- वर्षीय चल माध्य निकालें  
(In the following data find the 3- yearly moving average)

वर्ष year	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
सूचकांक (index)	50	55	62	65	73	87	92	100	104	108

हल (solution) :

3- yearly moving average

year	index	3-yearly total	3- yearly moving average
2001	50	-	-
2002	55	50+55+62 = 167	167÷3=55.67
2003	62	55+62+65 = 182	182÷3=60.67
2004	65	62+65+73=200	200÷3=66.67
2005	73	65+73+87=225	225÷3=75
2006	87	73+87+92=252	252÷3=84
2007	92	87+92+100=279	279÷3=93
2008	100	92+100+104=296	296÷3=98.67
2009	104	100+104+108=312	312÷3=104
2010	108	-	-

- (2) निम्न तालिका से 4- वर्षीय चल माध्य तथा उपनति मूल्य ज्ञात कीजिए  
(from the following table calculate trend values by 4- yearly moving average)

वर्ष(year)	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
उत्पादन(production 000tonnes)	100	120	110	140	80	90	100	120

हल (solution) :

Calculation of trend by 4- yearly moving average

year	production	4-yearly moving total	4-yearly moving total	4-yearly moving average centered
2000	100	-	-	-
2001	120	-	-	-
2002	110	100+120+110+140=470	470+450=920	920÷8=115
2003	140	120+110+140+80=450	450+420=870	870÷8=108.75
2004	80	110+140+80+90=420	420+410=830	830÷8=103.75
2005	90	140+80+90+100=410	410+390=800	800÷8=100
2006	100	80+90+100+120=390	-	-
2007	120	-	-	-

(3) न्यूनतम वर्ग विधि से मूल्यों का उपनति ज्ञात कीजिए

(find the trend values by the method of least squares)

वर्ष (year)	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
उत्पत्ति (000 टन) (Production 000 tonns)	77	88	94	85	91	98	90

उत्तर: calculation of Trend by least square Method

Year	production (y)	Time deviation from 1997 (x)	x <sup>2</sup>	xy	trend y=a + bx
1994	77	-3	9	-231	83
1995	88	-2	4	-176	85
1996	94	-1	1	-94	87
1997	85	0	0	0	89
1998	91	1	1	91	91
1999	98	2	4	196	93
2000	90	3	9	270	95
N=7	Σy=623		Σx <sup>2</sup> =28	Σxy=56	Σy=623

$$a = \frac{\sum y}{N} = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$$

$$a = \frac{623}{7} = \frac{56}{28}$$

$$a = 89 \quad b = 2$$

calculation of trend value of the following year :

year 1994 = 89+2(-3) = 89-6 = 83  
 year 1995 = 89+2(-2) = 89-4 = 85  
 year 1996 = 89+2(-1) = 89-2 = 87  
 year 1997 = 89+2(0) = 89+0 = 89  
 year 1998 = 89+2(1) = 89+2 = 91  
 year 1999 = 89+2(2) = 89+4 = 93  
 year 2000 = 89+2(3) = 89+6 = 95

4 तीन वर्षीय चल माध्यम से मूल्य की उपनति ज्ञात कीजिए (Find out the value of the trend by three yearly moving average. :

वर्ष (Year)	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993
मूल्य (Value)	10	15	12	18	15	22	19	24	20
	1994	1995	1996	1997					
	26	22	30	25					

उत्तर

Year	Value	3-Yearly Moving total	3- Yearly moving average
1985	10	-	-
1986	15	37	12.33
1987	12	45	15.00
1988	18	45	15.00
1989	15	55	18.33
1990	22	56	18.67
1991	19	65	21.67
1992	24	63	21.00
1993	20	70	23.33
1994	26	68	22.67
1995	22	78	26.00
1996	30	77	25.67
1997	25	-	-

5 निम्न तालिका से न्यूनतम वर्ग विधि द्वारा उपनति मूल्य ज्ञात कीजिए-(Find the trend value by least square method from the following data) :

वर्ष (Year)	2000	2001	2002	2003	2004	2005
मूल्य (Price)	107	110	114	112	115	113

उत्तर: Calculation of trend value by least square

Year	production (y)	Time deviation from 1997 (x)	x <sup>2</sup>	xy	trend value ye = a + bx
2000	107	-2	4	-214	74
2001	110	-1	1	-110	93
2002	114	0	0	0	112
2003	112	1	1	112	131
2004	115	2	4	230	150
2005	113	3	9	339	169
N=6	Σy=671		Σx <sup>2</sup> =19	Σxy=357	

$$a = \frac{\sum y}{N} = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$$

$$a = \frac{671}{6} = \frac{357}{19}$$

$$a = 111.83 \text{ or } 112 \quad b = 18.79 \text{ or } 19$$

Calculation of trend value of the following year

Ye = a + bx

year 2000 = 112+19(-2) = 112-38 = 74  
 year 2001 = 112+19(-1) = 112-19 = 93  
 year 2002 = 112+19(0) = 112+0 = 112  
 year 2003 = 112+19(1) = 112+19 = 131  
 year 2004 = 112+19(2) = 112+38 = 150  
 year 2005 = 112+19(3) = 112+57 = 169

बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple Choice Questions)

1. एक घटना जो कभी नहीं होगी उसे कहा जाता है  
An event in the probability that will never be happened it called as
  - a. अनिश्चित घटना  
unsure event
  - b. निश्चित घटना  
sure event
  - c. संभव घटना  
possible event
  - d. असंभव घटना  
impossible event
2. एक पासे को फेंकने पर विषम संख्या आने की प्रायिकता क्या होगी  
What will be the probability of getting odd numbers if a dice is thrown
  - a.  $\frac{1}{2}$
  - b. 2
  - c.  $\frac{1}{6}$
  - d.  $\frac{5}{2}$
3. यदि एक खेल के जीतने की प्रायिकता 0.3 है तो इसे हारने की प्रायिकता क्या होगी  
What will be the probability of loosing a game if the winning probability is 0.3
  - a. 0.5
  - b. 0.6
  - c. 0.7
  - d. 0.8
4. 52 ताश के पत्तों की एक गड्डी से एक काला राजा मिलने की प्रायिकता क्या है  
A card is drawn from a pack of 52 cards what is probability of getting a king of a black suit
  - a.  $\frac{1}{52}$
  - b.  $\frac{1}{26}$
  - c.  $\frac{3}{26}$
  - d.  $\frac{7}{52}$
5. 52 ताश के गड्डी से एक पत्ता निकाला गया उसके रानी होने की प्रायिकता क्या है  
A card is drawn from a pack of 52 cards what is the probability of getting a queen card
  - a.  $\frac{1}{26}$
  - b.  $\frac{1}{52}$
  - c.  $\frac{3}{7}$
  - d.  $\frac{10}{7}$
6. निम्न में से कौन सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता हो सकती है  
which of the following can be the probability of an event
  - a. -1.3
  - b. 04
  - c.  $\frac{3}{7}$
  - d.  $\frac{10}{7}$
7. यदि  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = 0$  तब  $P(A/B)$  होगा  
If  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = 0$  then  $P(A/B)$  is
  - a. 0
  - b.  $\frac{1}{2}$
  - c. Undefined
  - d. 1
8. यदि A और B दो घटनाएं इस प्रकार हैं कि  $P(A/B) = P(B/A) \neq 0$ , तब  
If A and B be two event such that  $P(A/B) = P(B/A) \neq 0$ , then
  - a.  $A \subset B$
  - b.  $A = B$
  - c.  $A \cap B = \phi$
  - d.  $P(A) = P(B)$
9. यदि E और F इस प्रकार की घटनाये हैं की  $P(E) = 0.6$ ,  $P(F) = 0.3$  और  $P(E/F) = 0.2$  तो  $P(E / F)$  होगा  
If E and F are events such that  $P(E) = 0.6$ ,  $P(F) = 0.3$  और  $P(E/F) = 0.2$  .Find  $P(E / F)$ .
  - a.  $\frac{2}{3}$
  - b.  $\frac{3}{2}$
  - c.  $\frac{1}{6}$
  - d.  $\frac{1}{2}$
10. दो पासे को एक बार फेंकने पर प्रत्येक में सम अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता क्या होगी  
The probability of obtaining an even prime number on each die when a pair of dice is ruled is
  - a. 0
  - b.  $\frac{1}{2}$
  - c.  $\frac{1}{12}$
  - d.  $\frac{1}{36}$
11. एक पासे को एक बार फेंकने पर 3 से अधिक आने की प्रायिकता क्या होगी  
A die is thrown once then the probability of getting a number greater than 3 is

- a.  $\frac{1}{2}$                       b.  $\frac{2}{3}$   
c. 6                              d. 0

12. एक थैली में 6 गेंदें हैं जिसमें 2 गेंदें लाल और 4 गेंदें काली हैं तो 2 गेंदें निकालने पर दोनों भिन्न रंग के होने की प्रायिकता होगी

An urn containing 6 balls of which two are red and four are black. Two balls are drawn at random probability that they are of the different colour is.

- a.  $\frac{2}{5}$                       b.  $\frac{1}{15}$   
c.  $\frac{8}{15}$                       d.  $\frac{4}{15}$

### ANSWER

(1) d, (2) a, (3) c, (4) b, (5) d, (6) c, (7) c, (8) d, (9) a, (10) d, (11) a, (12) c

### लघुउत्तरीय प्रश्न (Short Answer Type Questions)

1. Find  $P(A/B)$ . If  $P(B) = 0.5$  and  $P(A \cap B) = 0.32$

$P(A/B)$  ज्ञात कीजिए, यदि  $P(B) = 0.5$  और  $P(A \cap B) = 0.32$  है।

Ans. दिया है (Given)  $P(B) = 0.5$

$$P(A \cap B) = 0.32$$

$$\therefore P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A/B) = \frac{0.32}{0.5}$$

$$P(A/B) = \frac{32}{50} = \frac{16}{25} \text{ Ans.}$$

2. If  $P(A) = \frac{6}{11}$ ,  $P(B) = \frac{5}{11}$  and  $P(A \cup B) = \frac{7}{11}$ , then find  $P(A \cap B)$ .

यदि  $P(A) = \frac{6}{11}$ ,  $P(B) = \frac{5}{11}$  और  $P(A \cup B) = \frac{7}{11}$

हो तो  $P(A \cap B)$  का मान ज्ञात करें।

Ans. दिया है (Given)

$$= P(A) = \frac{6}{11}, P(B) = \frac{5}{11}, P(A \cup B) = \frac{7}{11}$$

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\text{or, } P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{6}{11} + \frac{5}{11} - \frac{7}{11}$$

$$P(A \cap B) = \frac{4}{11} \text{ Ans.}$$

3. Given two independent events A and B such that  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.6$  Find  $P(A \text{ and } B)$

A और B स्वतंत्र घटनाएँ दी गई हैं जहाँ  $P(A) = 0.3$   $P(B) = 0.6$  तो  $P(A \text{ और } B)$  का मान ज्ञात करें।

Ans. दिया है (Given)  $P(A) = 0.3$

$$P(B) = 0.6$$

$\therefore$  A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं तो

( $\because$  A and B are independent even then)

$$P(A \text{ and } B) \text{ or } P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B) = (0.3)(0.6)$$

$$P(A \cap B) = 0.18 \text{ Ans.}$$

4. If  $P(A) = 0.8$ ,  $P(B) = 0.5$  and  $P(B/A) = 0.4$  then find (i)  $P(A \cap B)$  (ii)  $P(A/B)$  (iii)  $P(A \cup B)$

(यदि  $P(A) = 0.8$ ,  $P(B) = 0.5$  और  $P(B/A) = 0.4$  है तो ज्ञात करें। (i)  $P(A \cap B)$  (ii)  $P(A/B)$  (iii)  $P(A \cup B)$ )

Ans. दिया है (Given)

$$P(A) = 0.8$$

$$P(B) = 0.5$$

$$P(B/A) = 0.4$$

(i)  $P(B/A) = 0.4$

$$\therefore \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.4$$

$$\Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{0.8} = 0.4$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0.32$$

$$(ii) P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.32}{0.5} = 0.64$$

$$(iii) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0.8 + 0.5 - 0.32$$

$$P(A \cup B) = 1.3 - 0.32 = 0.98 \text{ Ans.}$$

5. Two cards are drawn at random and without replacement from a pack of 52 playing cards. Find the probability that both the cards are black.



(52 पत्तों की एक गड्डी में से यदृच्छया बिना प्रतिस्थापित किए गए दो पत्ते निकाले गए। दोनो पत्तो के काले रंग का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।)

Ans. 26 काले पत्ते होते हैं, 52 पत्तों की गड्डी में  
(There are 26 black cards in a deck of 52 cards.)

माना ( $P(A)$  है काले पत्ते की प्रायिकता

Let  $P(A)$  be the probability of getting a balck card in the first draw

$$\therefore P(A) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

Let  $P(B)$  be the Probability of getting a black card in second draw ( $\because$  the card is not replaced)

$$\therefore P(B) = \frac{25}{51}$$

$\therefore$  दोनो पत्तों के काले रंग का होने की प्रायिकता-

Thus the probability of getting both the card black =  $\frac{1}{2} \times \frac{25}{51} = \frac{25}{102}$  Ans.

6. A dice marked 1, 2, 3, in red and 4, 5, 6 in green in toseed, Let A be the event, the numbers is even, and B be the event 'the number in red'. Are A and B independent.

एक पासे पर 1, 2, 3 लाल रंग से और 4, 5, 6 हरे रंग से लिखे गए हैं। इस पासे के उछाला गया। मान ले A घटना 'संख्या सम' है और B घटना की 'संख्या लाल रंग' से लिखी गई है को निरूपित करते हैं। क्या A और B स्वतंत्र है?

Ans. When a dice is thrown, the sample spare is

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, n(s) = 6$$

Let A : the number is even  $\{2, 4, 6\}$ ,  $n(A) = 3$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Let B : the number is red =  $\{1, 2, 3\}$ ,  $n(B) = 3$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore A \cap B = \{2\}$$

$$\Rightarrow P(A + B) = \frac{1}{6}$$

$$\text{Now, } P(AB) = P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$= P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \neq \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow P(A) \cdot P(B) \neq P(AB)$$

$\therefore$  A और B स्वतंत्र संख्या नहीं है।

(A and B are not independent event)

7. If  $E_1$  and  $E_2$  are two independent event such that  $P(E_1) = 0.35$  and  $P(E_1 \cup E_2) = 0.60$  Find  $P(E_2)$

यदि  $E_1$  और  $E_2$  दो स्वतंत्र घटना इस प्रकार हैं कि  $P(E_1) = 0.35$  और  $P(E_1 \cup E_2) = 0.60$ , तो  $P(E_2)$  का मान ज्ञात कीजिए।

Ans. माना कि  $P(E_2) = x$  ( $E_1$  और  $E_2$  स्वतंत्र घटना है)

$$\text{Let, } P(E_2) = x$$

( $E_1$  and  $E_2$  being independent event)

$$\therefore P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) \cdot P(E_2) = 0.35x$$

$$\Rightarrow P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cup E_2) = 0.35x$$

$$\Rightarrow 0.35 + x - 0.60 = 0.35x$$

$$\Rightarrow 0.65x = 0.25 \Rightarrow x = \frac{25}{65} = \frac{5}{13} \text{ Ans,}$$

### दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long Answer Type Questions)

1 Evaluate  $p(A \cup B)$ , if  $2P(A) = P(B) = 5/13$  and  $P(A/B) = 2/5$

$P(A \cup B)$  ज्ञात कीजिए यदि  $2P(A) = P(B) = 5/13$  और  $P(A/B) = 2/5$

Given  $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$

So  $P(A) = \frac{5}{26}$

&  $P(B) = \frac{5}{13}$

Also,  $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{2}{5}$

Ans. we know  $P\left(\frac{A}{B}\right) = P\left(\frac{P(A \cap B)}{P(B)}\right)$

$\therefore (P \cap B) = P\left(\frac{A}{B}\right) \cdot P(B)$   
 $= \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{13} = \frac{2}{13}$

Also,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$   
 $= \frac{5}{26} + \frac{5}{13} - \frac{2}{13}$   
 $= \frac{5 + 10 - 4}{26} = \frac{11}{26}$  Ans

2 Determine  $P(E/F)$  of a coin is tossed three times where E head on third toss & F: heads on first two

$P(E/F)$  ज्ञात कीजिए यदि एक सिक्के को तीन बार उछाला गया है

जहाँ E=तीसरी उछाल पर चित्त

F=पहली दोनों उछालों पर चित्त

Ans. The sample space of the given expt. will be

$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$

$E = \{HHH, HTH, THH, TTH\}$

&  $F = \{HHH, HHT\} \therefore E \cap F = \{HHH\}$

So that  $n(s) = 8, n(E) = 4, n(F) = 2, n(E \cap F)$

$P(E) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$P(F) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$P(E \cap F) = \frac{1}{8}$

$\therefore P(E/F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{8} \times \frac{4}{1} = \frac{1}{2}$  Ans

3 A family has two children, what is the probability that both the children are boys given that at least one of them is a boy.

एक परिवार में दो बच्चे हैं यदि यह ज्ञात हो कि बच्चों में से कम से कम एक बच्चा लड़का है तो दोनों बच्चों के लड़के होने की क्या प्रायिकता है?

Ans. Let b stands for boy and g for girl

The sample space of the experiment is

$S = \{(b,b), (gb), (b,g), (g,g)\}, n(s) = 4$

Let, E is the event that both the children are boys & f is the event that at least one of the child is a boy.

Then  $E = \{(b, b)\} = n(E)=1$

&  $F = \{(b, b), (g, b), (b, g)\} \Rightarrow n(F) = 3$

$\therefore P(E) = \frac{1}{4}, P(F) = \frac{3}{4}, E \cap F = \{(b, b)\}$

$P(E \cap F) = \frac{1}{4}$

$\therefore P(E/F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$  Ans

4 A die is thrown twice and the sum of the number appearing is observed to be 6. What is the conditional probability that the number 4 has appeared at least once?

एक पासे को दो बार उछाला गया और प्रकट हुई संख्याओं का योग 6 पाया गया। संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने की संप्रतिबंध प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Ans. The sample space of the given experiment is

$s = \{(1,1), (1,2), (1,3), \dots, (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6, 5), (6,6)\}$

$\therefore n(s) = 36$

Let E be the event that number 4 appears at least once and F be the event that the sum of the numbers appearing is 6.

Then  $E = \{(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (1, 4), (2, 4), (3, 4), (5, 4), (6, 4)\} \therefore n(e) = 11$

&  $F = \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\} \therefore n(F) = 5$

$$E \cap F = \{(2,4), (4,2)\}, n(E \cap F) = 2$$

$$\text{Therefore } P(E) = \frac{11}{36}, P(F) = \frac{5}{36}, P(E \cap F) = \frac{2}{36}$$

∴ Hence, the Required Probability

$$P(E/F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{5}{36}} = \frac{2}{5}$$

- 5 A fair coin and a unbiased die are tossed, Let A be the event 'head appears on the coin' and B be the event '3 on the die' check whether A and B are independent event or not?

एक न्याय सिक्का और एक अभिनत पासे को उछाला गया। मान ले A घटना 'सिक्के पर चित्त' प्रकट होता है और B घटना 'पासे पर संख्या 3' प्रकट होती है को निरूपित करते हैं। निरीक्षण कीजिए कि घटनाएँ A और B स्वतंत्र है या नहीं?

Ans. If a fair coin and an unbiased die are tossed, then

$$S = \{(H,1), (H,2), (H,3), (H,4), (H,5), (H,6), (T,1), (T,2), (T,3), (T,4), (T,5), (T,6)\}$$

A = Head appears on the coin

$$= \{(H,1), (H,2), (H,3), (H,4), (H,5), (H,6)\}$$

$$P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2},$$

and B = 3 on the die =  $\{(H,3), (T,3)\}$

$$P(B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$A \cap B = \{(H,3)\}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

$$\text{Now } P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12} = P(A \cap B)$$

∴ A and B that are independent events.

- 6 let A and b be independent events with  $P(A) = 0.3$  and  $P(B) = 0.4$  then find (1)  $P(A \cap B)$  (2)  $P(A \cup B)$  (3)  $P(B/A)$ .

मान ले A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं तथा  $P(A) = 0.3$  और  $P(B) = 0.4$  तब (1)  $P(A \cap B)$  (2)  $P(A \cup B)$  (3)  $P(B/A)$  ज्ञात कीजिए।

Ans. It is given that  $P(A) = 0.3$  and  $P(B) = 0.4$

$$(1) P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \text{ [∵ A and B are independent events]}$$

$$= 0.3 \times 0.4 = 0.12 \text{ Ans}$$

$$(2) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - n(A \cap B)$$

$$= 0.3 + 0.4 - 0.12$$

$$= 0.7 - 0.12$$

$$= 0.58 \text{ Ans}$$

$$(3) P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.12}{0.3} = 0.4 \text{ Ans}$$

- 7 Two balls are drawn at random with replacement from a box containing 10 black and 8 red balls. find the probability that both balls are red

दो गेंद एक बॉक्स से बिना प्रतिस्थापित किए निकाली जाती है। बॉक्स में 10 काली और 8 लाल गेंदें हैं तो दोनों लाल होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Ans. Total Numbers of balls = 18

Numbers of red balls = 8

Numbers of Black balls = 10

Probability of getting a red ball in the first draw =  $\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$

Probability of getting a red ball in second draw =  $\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$

Probability of getting both ball red =  $\frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{16}{81}$

#### बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple choice Questions)

1. आन्तरगणन की सरलतम विधि है।  
The simplest method of interpolation is
  - a. बाह्यगणन (Extrapolation)
  - b. बिन्दुरेखीय (Graphic)
  - c. लैगरेन्ज विधि (lagrange method)
  - d. उपयुक्त में से कोई नहीं (none of these)
2. आन्तरगणन तथा बाह्यगणन की रीतियाँ हैं।  
Methods of interpolation and extrapolation are:-
  - a. बिन्दुरेखीय रीति (Graphical method)
  - b. बीजगणितीय रीतियाँ (Algebraic method)
  - c. दोनों a और b (Both a & b)
  - d. कोई नहीं (none of there)
3. आन्तरगणन तथा बाह्यगणन की मुख्य बीजगणितीय रीतियाँ हैं-  
Algebraic method of interpolation are :-
  - a. द्विपद विस्तार रीति (Binomial expansion method)
  - b. न्यूटन-गॉस अग्रगामी रीति (newton's method of advancing difference)
  - c. लैगरेन्ज की रीति (lagrange's method)
  - d. सभी (All)
4. जब x श्रेणी में असमान अन्तर हो तो आन्तरगणन के लिए उचित रीति है।  
(When there is unequal difference in x series than appropriate method for interpolation is)
  - a. द्विपद विस्तार रीति (Binomial expansion method)
  - b. लैगरेन्ज की रीति (lagrange's method)
  - c. न्यूटन रीति (newton's method)
  - d. स्टर्लिंग रीति (stirling method)
5. द्विपद विस्तार रीति आधारित है। ( Binomial expansion is based on)
  - a. गुणन प्रमेय पर (multiplication theorem)
  - b. योग प्रमेय पर (additive theorem)
  - c. द्विपद प्रमेय पर (Binomial theorem)
  - d. उपर्युक्त में से कोई नहीं (None of these)
6. आन्तरगणन व बाह्यगणन की सर्वश्रेष्ठ रीति, जो किसी भी प्रकार के प्रश्न में प्रयोग की जा सकती है (Best method of interpolation that can be used in any type of question)
  - a. न्यूटन रीति (Newton's method)
  - b. द्विपद-विस्तार रीति (Binomial Expansion)
  - c. लैगरेन्ज रीति (Lagrange's Method)
  - d. स्टर्लिंग रीति (Sterling's formula)
7. आन्तरगणन की विधियाँ हैं (Methods of interpolation are)
  - a. 2
  - b. 3
  - d. 4
  - d. कोई नहीं None of these
8. भविष्य का पूर्वागमन प्रदान करता है ( Gives forecast for the future)
  - a. बाह्यगणन (Extrapolation)
  - b. आन्तरगणन (Interpolation)
  - c. a व b दोनों (Both a and b)
  - d. इनमें से कोई नहीं (none of these)
9. सूत्र  $(y-1)^3=0$ , का द्विपद विस्तार है  
Binomial expansion of formula  $(y-1)^3=0$ 
  - a.  $y_3 - 3y_2 + 3y_1 - y_0 = 0$
  - b.  $y_3 + 3y_2 + 3y_1 - y_0 = 0$
  - c.  $y_3 + 3y_2 - 3y_1 + y_0 = 0$
  - d.  $y_3 - 3y_2 + 3y_1 + y_0 = 0$
10. आन्तरगणन द्वारा प्राप्त मूल्य  
Value obtained by interpolation
  - a. वास्तविक मूल्य के बराबर होता है (Is equal to actual value)
  - b. वास्तविक मूल्य से कम होता है (Is less than actual value)
  - c. वास्तविक मूल्य से अधिक होता है (Is more than actual value)
  - d. वास्तविक मूल्य का अधिकतम सम्भावित अनुमान होता है। (Is the maximum possible estimate of actual value)

#### ANSWER

- 1 - b, 2 - c, 3 - d, 4 - b, 5 - c, 6 - c, 7 - a, 8 - a, 9 - a, 10 - d

## लघुउत्तरीय प्रश्न (Short Answer Question)

1. आन्तरगणन से आप क्या समझते हैं?

What is interpolation ?

Ans. किसी गणितीय सारणी में दिए हुए मानों के बीच वाले मानों को ज्ञात करना है।

Interpolation means determining a value from the existing values in a given data set. It is a process of determining the unknown values that lie in between the known data points.

2. बाह्यगणन की परिभाषा?

Definition of extrapolation ?

Ans. जब ज्ञात आँकड़ों के आधार पर किसी भावी समय के लिए संमंको या आँकड़ों का अनुमान लगाना होता है।

Extrapolation refers to estimating an unknown value based on extending a known sequence of value or facts.

3. आन्तरगणन एवं बाह्यगणन की मान्यताएँ क्या हैं जिन पर आन्तरगणन एवं बाह्यगणन की रीतियाँ निर्भर करती हैं?

Write the assumption of interpolation and extrapolation?

Ans. आन्तरगणन एवं बाह्यगणन की मान्यताएँ निम्नलिखित हैं :-

(i) पद श्रेणियों का पारस्परिक सम्बन्ध (Mutual inter dependence of series )-

आन्तरगणन एवं बाह्यगणन की यह मान्यता है कि पदो-श्रेणियाँ आपस में सम्बन्धित हैं। पहली पद-श्रेणी स्वतन्त्र तथा दूसरी पद-श्रेणी आश्रित हैं।

(ii) आकस्मिक उतार-चढ़ाव का न होना (No sudden fluctuations )- दूसरी महत्वपूर्ण मान्यता यह है कि एक समय से दूसरे समय के मध्य संमंको में कोई आकस्मिक उतार-चढ़ाव नहीं है।

(iii) परिवर्तन दर में एकरूपता एवं नियमितता (Uniformity and regularity in changes) -

आन्तरगणन में हमारी यह भी मान्यता होती है कि दो समय विधियों में संमंको में होने वाले परिवर्तन नियमित और समान दर से होते हैं।

Assumption of interpolation and extrapolation are as follows :-

(i) There are no sudden change in the values of dependent variable from one period to another.

(ii) There is a sort of uniformity in the rise or fall of the values of the dependent variable

(iii) There will be no consecutive missing values in the series .

उपर्युक्त मान्यताएँ पूरी नहीं होती तो आन्तरगणन नहीं किया जा सकता है। यदि किसी काल में आकस्मिक उतार-चढ़ाव है तो पहले उसी का आन्तरगणन किया जाना चाहिए अर्थात् पहले असंगति दूर की जानी चाहिए। इसके बाद आन्तरगणन किया जाना चाहिए।

4. आन्तरगणन तथा बाह्यगणन में अन्तर लिखिए?

Difference between interpolation and extrapolation?

Ans. उपलब्ध आँकड़ों से भविष्य के किसी समय विशेष के लिए आँकड़ों का अनुमान लगाने के लिए आन्तरगणन एवं बाह्यगणन का उपयोग किया जाता है।

आन्तरगणन एवं बाह्यगणन को अन्तर निम्नलिखित है:-

आन्तरगणन	बाह्यगणन
(i) दो सीमान्त बिन्दुओं के मध्य बिन्दु का मूल्य ज्ञात करना 'आन्तरगणन' कहलाता है। Interpolation means reading a value which lies between two extreme points	(i) दो सीमान्त बिन्दुओं के बाहर के किसी बिन्दु का मूल्य ज्ञात करना 'बाह्यगणन' कहलाता है। Extrapolation means reading a value which lies outside two extreme values

(ii) आन्तरगणन का उद्देश्य समक श्रेणी के बीच की रिक्तियों (Gaps) को भरना है। It supplies us the missing link .	(ii) बाह्यगणन का उद्देश्य आँकड़ों के आधार पर भावी आँकड़ों का अनुमान लगाना होता है। It helps in forecasting
--	---

5. आन्तरगणन तथा बाह्यगणन का क्या महत्व है?

(Write the Importance of Interpolation and Extrapolation ?)

Ans. आन्तरगणन तथा बाह्यगणन की उपयोगिता एवं महत्व निम्नलिखित है:-

(Importance of interpolation and extrapolation are as follows.....)

- पूर्वानुमान करने के लिए  
(for the prediction of future data)
- तुलनात्मक अध्ययन के लिए  
(for comparative study)
- व्यवसायी एवं उद्योगपतियों को लाभ  
(Benefit to traders and industrialist)
- आँकड़ों का अभाव  
(Lack of data)

6. आन्तरगणन तथा बाह्यगणन की रीतियों को कितने भागों में विभाजित किया जा सकता है?

Ans. आन्तरगणन तथा बाह्यगणन की रीतियों को दो वर्गों में विभाजित किया जा सकता है:-

- बिन्दुरेखीय रीति (Graphical method)
- बीजगणितीय रीतियाँ (Algebraic method)

#### लघुउत्तरीय प्रश्न (Short Answer Question)

7. निम्न से अज्ञात संख्या का आन्तरगणन कीजिए?  
Find out the interpolation of unknown number in the following

x	25	30	35	40	45	50
y	55	60	?	72	75	80

Ans.

x	25	30	35	40	45	50
y	55	60	?	72	75	80
	$y_0$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$

द्विपद प्रसार द्वारा As per binomial expansion

$$(y-1)^5=0$$

$$y_5 - 5y_4 + 10y_3 - 10y_2 + 5y_1 - y_0 = 0 \dots\dots(1)$$

मान को समी (i) में रखने पर,

$$= 80 - 5 \times 75 + 10 \times 72 - 10 \times y_2 + 5 \times 60 - 55 = 0$$

$$\Rightarrow 1100 - 430 - 10y_2 = 0$$

$$\Rightarrow 670 = 10y_2$$

$$\Rightarrow y_2 = \frac{670}{10} \text{ or } y_2 = 67$$

8. निम्नलिखित सारणी से  $y_2$  ज्ञात कीजिए

Find out  $y_2$  from the following

x	1	2	3	4	5
y	2,0000	?	2.0646	2.0954	2.1253

Ans.

x	1	2	3	4	5
y	2,0000 $y_0$	? $y_1$	2.0646 $y_2$	2.0954 $y_3$	2.1253 $y_4$

यहाँ पर प्रश्न में  $y$  के 4 पद मूल्य प्राप्त है।

द्विपद विस्तार (As per binomial expansion)

$$(y - 1)^4 = 0$$

$$y_4 - 4y_3 + 6y_2 - 4y_1 + y_0 = 0$$

मान रखने पर (Keeping value)

$$2.1253 - (4 \times 2.0954) + (6 \times 2.0646) - 4y_1 + 2.000 = 0$$

or

$$2.1253 - 8.3816 + 12.3876 - 4y_1 + 2.0000 = 0$$

$$2.1253 - 8.3816 + 12.3876 + 2.000 = 4y_1$$

$$\text{or } 8.1313 = 4y_1$$

$$\text{or } y_1 = \frac{8.1313}{4}$$

$$\text{or } y_1 = 2.0328$$

**दीर्घउत्तरीय प्रश्न (Long Answer Question)**

1. द्विपद विस्तार विधि से अज्ञात अंक ज्ञात करें  
(By Binomial expansion method find the missing figure)

year वर्ष	profit in lac लाभ
2004	50
2005	45
2006	x
2007	38
2008	35
2009	30

Ans.

5वाँ द्विपद प्रसार करेंगे :- Binomial expansion  
(y - 1)<sup>5</sup> = 0

or

$$y_5 - 5y_4 + 10y_3 - 10y_2 + 5y_1 - y_0 = 0$$

मान रखने पर (Putting values)

$$30 - 5 \times 35 + 10 \times 38 - 10 \times x + 5 \times 45 - 30 = 0$$

$$\text{or } 30 - 175 + 380 - 10x + 225 - 30 = 0$$

$$\text{or } 635 - 205 - 10x = 0$$

$$\text{or } 430 - 10x = 0$$

$$\text{or } -10x = -430$$

$$\text{or } x = \frac{430}{10} \quad \text{or } x = 43$$

2. एक जिले की विभिन्न वर्षों की जनसंख्या निम्न है।  
2015 की जनसंख्या का अनुमान लगाइये  
The population of a district for different years is given below. estimate the population for 2015

वर्ष (year)	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2020
जनसंख्या (population in thousand)	20	22	26	85	35	?	43

Ans. 2005 की जनसंख्या में आकस्मिक चढ़ाव है जो कि नहीं होना चाहिए अतः सर्वप्रथम 2005 की जनसंख्या का आन्तरगणन करना होगा।

वर्ष (year)	x <sub>0</sub> 1990	x <sub>1</sub> 1995	x <sub>2</sub> 2000	x <sub>3</sub> 2005	x <sub>4</sub> 2010	x <sub>5</sub> 2015	x <sub>6</sub> 2020
जनसंख्या (POPulation in thousand)	20 y <sub>0</sub>	22 y <sub>1</sub>	26 y <sub>2</sub>	? y <sub>3</sub>	35 y <sub>4</sub>	? y <sub>5</sub>	43 y <sub>6</sub>

y श्रेणी के 5 मूल्य ज्ञात हैं और 2 अज्ञात हैं।  
इसलिए 5वाँ द्विपद का विस्तार दो बार किया जाएगा।

$$\Delta^5_0 = y_5 - 5y_4 + 10y_3 - 10y_2 + 5y_1 - y_0 = 0 \dots(i)$$

$$\Delta^5_1 = y_6 - 5y_5 + 10y_4 - 10y_3 + 5y_2 - y_1 = 0 \dots(ii)$$

मान को दोनों समीकरणों पर रखने पर :-

$$y_5 - (5 \times 35) + (10 \times y_3) - (10 \times 26) + (5 \times 22) - 20 = 0$$

$$\Rightarrow y_5 - 175 + 10y_3 - 260 + 110 - 20 = 0$$

$$\Rightarrow y_5 + 10y_3 - 455 + 110 = 0$$

$$\Rightarrow y_5 + 10y_3 = 345 \dots(iii)$$

दूसरे समीकरण मान स्थापित करने पर :-

$$43 - 5y_5 + (10 \times 35) - 10y_3 + (5 \times 26) - 22 = 0$$

$$\Rightarrow 43 - 5y_5 + 350 - 10y_3 + 130 - 22 = 0$$

$$\Rightarrow -5y_5 - 10y_3 + 523 - 22 = 0$$

$$\Rightarrow -5y_5 - 10y_3 = -501 \dots(iv)$$

समीकरण (iii) और (iv) जोड़ने पर :-

$$y_5 + 10y_3 = 345$$

$$\frac{-5y_5 - 10y_3 = -501}{-4y_5} = \frac{-501}{-156}$$

$$\text{or } y_5 = \frac{156}{4}$$

$$\text{or } y_5 = 39$$

∴ population in 2015 = 39 thousand

अब y<sub>3</sub> का मूल्य निकालने के लिए y<sub>5</sub> का मान समीकरण (iii) में रखने पर :-

$$y_5 + 10y_3 = 345$$

$$\Rightarrow 39 + 10y_3 = 345$$

$$\Rightarrow 10y_3 = 345 - 39$$

$$10y_3 = 306$$

$$\text{or } y_3 = \frac{306}{10}$$

$$\text{or } y_3 = 30.6$$

∴ population in 2005 = 30.6 thousand

3. विभिन्न वर्षों के लिए किसी जिले की जनसंख्या नीचे दी गई है। 2023 के लिए जनसंख्या ज्ञात कीजिए।

The population of a district is given below for different years. find the population for 2023

वर्ष year	2018	2019	2020	2021	2022
जनसंख्या (POPulation in million)	7	9	36	14	16

Ans. प्रश्न में 2020 की जनसंख्या में आकस्मिक चढ़ाव है। अतः पहले 2020 की जनसंख्या का आन्तरगणन किया जाता

वर्ष year	$x_0$ 2018	$x_1$ 2019	$x_2$ 2020	$x_3$ 2021	$x_4$ 2022	$x_5$ 2023
जनसंख्या (pop- ulation is millon )	7 $y_0$	9 $y_1$	? $y_2$	14 $y_3$	16 $y_4$	? $y_5$

4 मूल्य ज्ञात है  $(y-1)^4 = 0$  का द्विपद विस्तार

(Binomial expansion)

$$(y-1)^4 = y_4 - 4y_3 + 6y_2 - 4y_1 + y_0 = 0$$

मूल्य रखने पर (putting value)

$$16 - (4 \times 14) + 6y_2 - (4 \times 9) + 7 = 0$$

$$\Rightarrow 16 - 56 + 6y_2 - 36 + 7 = 0$$

$$\Rightarrow 6y_2 = 56 + 36 - 16 - 7$$

$$\Rightarrow 6y_2 = 69$$

$$= y_2 = \frac{69}{6}$$

$$\text{or, } y_2 = 11.5 \text{ million}$$

अब 2023 के लिए बाह्यगणन

now extrapolation for 2023

$$(y-1)^5 = y_5 - 5y_4 + 10y_3 - 10y_2 + 5y_1 - y_0 = 0$$

मूल्य रखने पर (putting value)

$$y_5 - (5 \times 16) + (10 \times 14) - (10 \times 11.5) + (5 \times 9) - 7 = 0$$

$$\Rightarrow y_5 - 80 + 140 - 115 + 45 - 7 = 0$$

$$\Rightarrow y_5 = 202 - 185$$

$$\text{or } y_5 = 17 \text{ million}$$

अतः 2023 की जनसंख्या 17 million होगी।

so, 2023 population is 17 million



**झारखंड अधिविध परिषद्**  
**ANNUAL INTERMEDIATE EXAMINATION - 2023**

**व्यावसायिक गणित तथा सांख्यिकी**  
**BUSINESS MATHEMATICS AND STATISTICS**  
**SOLVED PAPER**

**Objective Question (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)**

1. The value of k in A.P. 3 , k , 17 is  
 (1) 10 (2) 20  
 (3) 30 (4) 40  
 समांतर श्रेणी 3 , k , 17 में k का मान है  
 (1) 10 (2) 20  
 (3) 30 (4) 40
2. The 12<sup>th</sup> term of A.P. 7 , 10 , 13 , 16 , .....is  
 (1) 19 (2) 22  
 (3) 25 (4) 40  
 समांतर श्रेणी 7 , 10 , 13 , 16 , ..... का 12 वाँ पद है  
 (1) 19 (2) 22  
 (3) 25 (4) 40
3. The value of m in G.P. 4 , m , 64 is  
 (1) 8 (2) 16  
 (3) 4 (4) 2  
 गुणोत्तर श्रेणी 4 , m , 64 में m का मान है  
 (1) 8 (2) 16  
 (3) 4 (4) 2
4. Which term of H.P.  $1, \frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \dots$  is  $\frac{1}{25}$  ?  
 (1) 6 (2) 7  
 (3) 8 (4) 9  
 हरात्मक श्रेणी  $1, \frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \dots$  का कौन-सा पद  $\frac{1}{25}$  है ?  
 (1) 6 (2) 7  
 (3) 8 (4) 9
5. The value of  ${}^{10}C_3$  is  
 (1) 120 (2) 60  
 (3) 30 (4) 180  
 ${}^{10}C_3$  का मान है  
 (1) 120 (2) 60  
 (3) 30 (4) 180
6.  ${}^nP_r$  is equal to  
 (1)  $\frac{n!}{n!(n-r)!}$  (2)  $\frac{n!}{(r-n)!}$   
 (3)  $\frac{n!}{(n-r)!}$  (4) n!  
 ${}^nP_r$  बराबर है  
 (1)  $\frac{n!}{n!(n-r)!}$  (2)  $\frac{n!}{(r-n)!}$   
 (3)  $\frac{n!}{(n-r)!}$  (4) n!
7. 0! is equal to  
 (1) 1 (2)  $\infty$   
 (3) 0 (4) 5  
 0! बराबर है  
 (1) 1 (2)  $\infty$   
 (3) 0 (4) 5
8. In how many ways can 5 men sit around a round table ?  
 (1) 24 (2) 25  
 (3) 20 (4) 16  
 एक गोल मेज पर 5 आदमी कितने प्रकार से बैठ सकते हैं ?  
 (1) 24 (2) 25  
 (3) 20 (4) 16
9. The value of determinant  $\begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 12 \end{vmatrix}$  is  
 (1) 12 (2) 16  
 (3) 18 (4) 20  
 सारणिक  $\begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 12 \end{vmatrix}$  का मान है  
 (1) 12 (2) 16  
 (3) 18 (4) 20

10. The value of  $\begin{vmatrix} x^2 & x \\ 5x & 5 \end{vmatrix}$  is

- (1) 2 (2) 5  
(3) 10 (4) 0

$\begin{vmatrix} x^2 & x \\ 5x & 5 \end{vmatrix}$  का मान है

- (1) 2 (2) 5  
(3) 10 (4) 0

11. If  $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$ , then  $A - B$  is

(1)  $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$  (2)  $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

(3)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$  (4)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

यदि  $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$ , तो  $A - B$  है

(1)  $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$  (2)  $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

(3)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$  (4)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

12. If  $A = [ 3 \ 5 \ 7 ]$ ,  $B = [ 4 \ 3 \ 2 ]$ , then  $(A+B)$  is

- (1)  $[ 7 \ 8 \ 9 ]$  (2)  $[ 3 \ 5 \ 7 ]$   
(3)  $[ 4 \ 3 \ 2 ]$  (4)  $[ 1 \ 2 \ 5 ]$

यदि  $A = [ 3 \ 5 \ 7 ]$ ,  $B = [ 4 \ 3 \ 2 ]$ , तो  $(A+B)$  है

- (1)  $[ 7 \ 8 \ 9 ]$  (2)  $[ 3 \ 5 \ 7 ]$   
(3)  $[ 4 \ 3 \ 2 ]$  (4)  $[ 1 \ 2 \ 5 ]$

13. If  $A = \{ 1, 3, 4, 5 \}$ ,  $B = \{ 1, 5, 6, 7 \}$ , then  $A \cup B$  is

- (1)  $\{ 1, 3 \}$  (2)  $\{ 1, 3, 4, 5, 6, 7 \}$   
(3)  $\{ 1, 3, 4, 5 \}$  (4)  $\{ 1, 5, 6, 7 \}$

यदि  $A = \{ 1, 3, 4, 5 \}$ ,  $B = \{ 1, 5, 6, 7 \}$ , तो  $A \cup B$  है

- (1)  $\{ 1, 3 \}$  (2)  $\{ 1, 3, 4, 5, 6, 7 \}$   
(3)  $\{ 1, 3, 4, 5 \}$  (4)  $\{ 1, 5, 6, 7 \}$

14. Which one of the following is an empty set ?

- (1)  $\{ 0 \}$   
(2)  $\{ \phi \}$   
(3)  $\{ x : x \in \mathbb{N}, (x-3)(x-5)=0 \}$

(4) None of these

निम्न में से कौन-सा रिक्त समुच्चय है?

- (1)  $\{ 0 \}$   
(2)  $\{ \phi \}$   
(3)  $\{ x : x \in \mathbb{N}, (x-3)(x-5)=0 \}$   
(4) इनमें से कोई नहीं

15. Two sets are disjoint if and only if

- (1)  $A \cap B = \phi$  (2)  $A \cap B \neq \phi$   
(3)  $A - B \neq \phi$  (4)  $A - B = B$

दो समुच्चय असंयुक्त होते हैं यदि और केवल यदि

- (1)  $A \cap B = \phi$  (2)  $A \cap B \neq \phi$   
(3)  $A - B \neq \phi$  (4)  $A - B = B$

16. If  $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ ,  $B = \{ 5, 6, 7 \}$ , then  $A \cap B$  is

- (1)  $\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$

- (2)  $\{ 4, 5 \}$

- (3)  $\{ 4 \}$

- (4)  $\phi$

यदि  $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ ,  $B = \{ 5, 6, 7 \}$ , तो  $A \cap B$  है

- (1)  $\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$

- (2)  $\{ 4, 5 \}$

- (3)  $\{ 4 \}$

- (4)  $\phi$

17. If  $y = x^3$ , then  $\frac{dy}{dx}$  is

- (1)  $3x^2$  (2)  $3x$

- (3)  $3x^3$  (4)  $5x$

यदि  $y = x^3$ , तो  $\frac{dy}{dx}$  है

- (1)  $3x^2$  (2)  $3x$

- (3)  $3x^3$  (4)  $5x$

18.  $\frac{d(\log x)}{dx}$  is

- (1)  $x^2$  (2)  $\frac{1}{x}$

- (3)  $\log x$  (4)  $x$

$\frac{d(\log x)}{dx}$  है

- (1)  $x^2$  (2)  $\frac{1}{x}$

- (3)  $\log x$  (4)  $x$

19.  $\int x^4 \cdot dx$  is

- (1)  $\frac{x^4}{4} + c$  (2)  $\frac{x^5}{5} + c$

$$(3) \frac{x^3}{3} + c$$

$$\int x^4 \cdot dx \text{ है}$$

$$(1) \frac{x^4}{4} + c$$

$$(3) \frac{x^3}{3} + c$$

$$(4) \frac{x^6}{6} + c$$

$$(2) \frac{x^5}{5} + c$$

$$(4) \frac{x^6}{6} + c$$

20. The value of  $6 \int x^2 \cdot dx$  is

$$(1) 2x^3 + c$$

$$(3) 5x^4 + c$$

$$6 \int x^2 \cdot dx \text{ is का मान है}$$

$$(1) 2x^3 + c$$

$$(3) 5x^4 + c$$

$$(2) 6x^2 + c$$

$$(4) 7x + c$$

$$(2) 6x^2 + c$$

$$(4) 7x + c$$

21. The number of measures of central tendency is

(1) five

(3) two

(1) पाँच

(3) दो

(2) three

(4) four

(2) तीन

(4) चार

22. The arithmetic mean of 5, 10 and 15 will be

(1) 10

(3) 5

(1) 10

(3) 5

(2) 15

(4) 20

(2) 15

(4) 20

23. Arithmetic mean is always more than geometric mean.

(1) False

(3) Both (1) and (2)

(1) असत्य

(3) (1) और (2) दोनों

(2) True

(4) None of these

(2) सत्य

(4) इनमें से कोई नहीं

24. ....divides the total number of observations in two equal parts.

(1) Median

(2) Mode

(3) Mean

.....कुल चरों को दो बराबर भागों में बाँटती हैं।

(1) माधिका

(3) माध्य

(4) None of these

(2) बहुलक

(4) इनमें से कोई नहीं

25. For an even number of values, the median is the

(1) average of two middle values

(2) middle value

(3) both (1) and (2)

(4) none of these

सम संख्याओं के मूल्यों के लिए माधिका है

(1) दो मध्य मूल्यों का औसत

(2) मध्य मूल्य

(3) (1) और (2) दोनों

(4) इनमें से कोई नहीं

26. The value which occurs with maximum frequency is called

(1) Median

(3) Mean

जिस मूल्य की आवृत्ति अधिकतम होती है, उसे कहा जाता है

(1) माधिका

(3) माध्य

(2) Mode

(4) None of these

(2) बहुलक

(4) इनमें से कोई नहीं

27. Mode of 0, 15, 18, 19, 20, 22, 25, 0, 4 is

(1) -25

(3) 0

0, 15, 18, 19, 20, 22, 25, 0, 4 का बहुलक है

(1) -25

(3) 0

(2) 20

(4) 22

(2) 20

(4) 22

28. Which of the following is correct ?

(1)  $A.M = \sqrt{G.M \times H.M.}$

(2)  $H.M. = \sqrt{A.M. \times G.M.}$

(3)  $G.M. = \sqrt{A.M. \times H.M.}$

(4) None of these

निम्नलिखित में कौन सही है ?

(1) समांतर माध्य =  $\sqrt{\text{गुणोत्तर माध्य} \times \text{हरात्मक माध्य}}$

(2) हरात्मक माध्य =  $\sqrt{\text{समांतर माध्य} \times \text{गुणोत्तर माध्य}}$

(3) गुणोत्तर माध्य =  $\sqrt{\text{समांतर माध्य} \times \text{हरात्मक माध्य}}$

(4) इनमें से कोई नहीं

29. Which of the following measures of the central tendency is difficult to compute ?

- (1) Mean (2) Median  
(3) G.M. (4) Mode

निम्नलिखित केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप में किसकी गणना करना कठिन है?

- (1) माध्य (2) माध्यिका  
(3) गुणोत्तर माध्य (4) बहुलक

30. Harmonic mean is defined when no observation is

- (1) 3 (2) 2  
(3) 1 (4) 0

हरात्मक माध्य परिभाषित होता है जब कोई अवलोकन नहीं होता है

- (1) 3 (2) 2  
(3) 1 (4) 0

31. If A.M. is 2 and G.M. is 4, then H.M. is

- (1) 2 (2) 4  
(3) 6 (4) 8

यदि समांतर माध्य 2 तथा गुणोत्तर माध्य 4 है, तो हरात्मक माध्य है

- (1) 2 (2) 4  
(3) 6 (4) 8

32. Cyclic fluctuation is caused by

- (1) Floods  
(2) Wars  
(3) Strikes and lockout  
(4) None of these

चक्रीय अस्थिरता का कारण होता है

- (1) बाढ़  
(2) युद्ध  
(3) हड़ताल और तालाबंदी  
(4) इनमें से कोई नहीं

33. Which of the following components is used for a short term forecast ?

- (1) Seasonal (2) Cyclic  
(3) Trend (4) None of these

निम्न में से कौन सा घटक अल्पावधि पूर्वानुमान के लिए उपयोग किया जाता है?

- (1) मौसमी (2) चक्रीय  
(3) प्रवृत्ति (4) इनमें से कोई नहीं

34. The seasonal fluctuations are

- (1) periodic and irregular  
(2) periodic and regular  
(3) not periodic  
(4) cyclic

मौसमी अस्थिरता है

- (1) नियतकालिक तथा अनियमित  
(2) नियतकालिक तथा नियमित  
(3) नियतकालिक नहीं  
(4) चक्रीय

35. If an event takes place certainly, the probability will be

- (1) +1 (2) -1  
(3)  $\frac{1}{2}$  (4) 0

यदि एक घटना निश्चित रूप से होती है, तो प्रायिकता होनी चाहिए

- (1) +1 (2) -1  
(3)  $\frac{1}{2}$  (4) 0

36. The probability of obtaining a total of 9 in a single throw with two dice is

- (1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{1}{8}$

- (3)  $\frac{1}{9}$  (4)  $\frac{1}{7}$

दो पासों को फेंकने पर कुल 9 आने की प्रायिकता है

- (1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{1}{8}$

- (3)  $\frac{1}{9}$  (4)  $\frac{1}{7}$

37. What is the probability of getting head on tossing a coin ?

- (1)  $\frac{2}{3}$  (2)  $\frac{1}{4}$

- (3)  $\frac{1}{2}$  (4)  $\frac{1}{5}$

एक सिक्के की उछाल में शीर्ष आने की क्या प्रायिकता है ?

- (1)  $\frac{2}{3}$  (2)  $\frac{1}{4}$

- (3)  $\frac{1}{2}$  (4)  $\frac{1}{5}$

38. A bag contains 5 red, 4 white and 3 black balls. Which of the following is the probability of drawing a red ball ?

- (1)  $\frac{1}{12}$  (2)  $\frac{7}{12}$

- (3)  $\frac{2}{5}$  (4)  $\frac{5}{12}$

एक थैले में 5 लाल, 4 उजली तथा 3 काली गेंदें हैं तो एक लाल गेंद निकालने की प्रायिकता है

- (1)  $\frac{1}{12}$  (2)  $\frac{7}{12}$

(3)  $\frac{2}{5}$

(4)  $\frac{5}{12}$

39. The simplest method of interpolation is

- (1) Graphic method
- (2) Lagrange method
- (3) Newton's divided method
- (4) None of these

आन्तरगणन की सबसे सरलतम विधि है

- (1) बिन्दुरेखीय विधि
- (2) लैग्रैन्ज विधि
- (3) न्यूटन विभाजित विधि
- (4) इनमें से कोई नहीं

40. The value of  $\Delta^2_0$  or  $(y - 1)^2 = 0$  is

- (1)  $y_2 - 2y_1 + y_0 = 0$
- (2)  $y_3 - 3y_2 + 3y_1 - y_0 = 0$
- (3)  $y_4 - 4y_3 + 6y_2 - 4y_1 + y_0 = 0$
- (4) None of these

$\Delta^2_0$  या  $(y - 1)^2 = 0$  का मान है

- (1)  $y_2 - 2y_1 + y_0 = 0$
- (2)  $y_3 - 3y_2 + 3y_1 - y_0 = 0$
- (3)  $y_4 - 4y_3 + 6y_2 - 4y_1 + y_0 = 0$
- (4) इनमें से कोई नहीं

### Objective Question Answer

- |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| (1) 1  | (2) 4  | (3) 2  | (4) 2  |
| (5) 1  | (6) 3  | (7) 1  | (8) 1  |
| (9) 3  | (10) 4 | (11) 2 | (12) 1 |
| (13) 2 | (14) 2 | (15) 1 | (16) 4 |
| (17) 1 | (18) 2 | (19) 2 | (20) 1 |
| (21) 2 | (22) 1 | (23) 2 | (24) 1 |
| (25) 1 | (26) 2 | (27) 3 | (28) 3 |
| (29) 3 | (30) 4 | (31) 4 | (32) 4 |
| (33) 4 | (34) 2 | (35) 1 | (36) 3 |
| (37) 3 | (38) 4 | (39) 1 | (40) 1 |

**झारखंड अधिविध परिषद्**  
**ANNUAL INTERMEDIATE EXAMINATION - 2023**

**व्यावसायिक गणित तथा सांख्यिकी**  
**BUSINESS MATHEMATICS AND STATISTICS**  
**SOLVED PAPER**

**Subjective Question (विषयनिष्ठ प्रश्न)**

Section - A

खण्ड - A

(Very short answer type questions)

( अति लघु उत्तरीय प्रश्न )

Answer any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दें।

1. Which term of the progression  $\frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \dots$  is 5?

श्रेणी  $\frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \dots$  का कौन सा पद 5 है ?

2. If  ${}^n P_4 = 12 \times {}^n P_2$ , then find n.

यदि  ${}^n P_4 = 12 \times {}^n P_2$ , तो n ज्ञात करें।

3. Differentiate  $y = 5x^4 - 3x^3 + 1$  with respect to x.

$y = 5x^4 - 3x^3 + 1$  का x के सापेक्ष अवकलन करें।

4. Find  $\int (x^3 - 5x + 8) dx$ .

मान निकालें  $\int (x^3 - 5x + 8) dx$ .

5. Find geometric mean of 20, 40 and 80 without using log table.

बिना लघुगणक सारणी की सहायता से 20, 40, तथा 80 का गुणोत्तर माध्य ज्ञात करें।

6. A card is drawn from a pack of cards. What is the probability that it is either a king of hearts or queen of diamonds.

एक ताश की गड्डी में से एक पत्ता निकाला गया। प्रायिकता ज्ञात करें कि यह एक लाल पान का बादशाह या ईट की बेगम है।

7. If  $n(A) = 20$ ,  $n(B) = 30$  and  $n(A \cap B) = 10$ , then find  $n(A \cup B)$ .

यदि  $n(A) = 20$ ,  $n(B) = 30$  तथा  $n(A \cap B) = 10$ , तो  $n(A \cup B)$  ज्ञात करें।

Section - B

खण्ड - B

(Short answer type questions)

( लघु उत्तरीय प्रश्न )

Answer any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दें।

8. A man saves Rs. 50 in the first month, Rs. 60 in the second month, Rs. 70 in the third month and so on up to 4 years. Find the total amount saved in 4 years.

एक व्यक्ति प्रथम माह में 50 ₹ बचाता है, दूसरे माह में 60 ₹ बचाता है, तीसरे माह में 70 ₹ बचाता है, तथा इसी प्रकार 4 वर्षों तक बचाता है चार वर्ष की कुल बचत ज्ञात कीजिए।

9. Find the number of arrangement that can be made out of the letters of the word BANANA.

BANANA शब्द के अक्षरों से कितने अलग अलग तरीकों से सजाया जा सकता है ?

10. Solve  $\begin{vmatrix} x & 2 & 3 \\ 4 & x & 1 \\ x & 2 & 5 \end{vmatrix} = 0$

हल करें  $\begin{vmatrix} x & 2 & 3 \\ 4 & x & 1 \\ x & 2 & 5 \end{vmatrix} = 0$

11.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 4 & -3 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 4 & -9 & 2 \\ 4 & -3 & 5 \end{bmatrix}$ . Find  $3A - 2B$ .

$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 4 & -3 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 4 & -9 & 2 \\ 4 & -3 & 5 \end{bmatrix}$  ज्ञात करें  $3A - 2B$ .

12. Find arithmetic mean:

Marks	20	30	45	50	60	70
No. of students	5	15	10	7	8	5

समांतर माध्य ज्ञात करें :

अंक	20	30	45	50	60	70
छात्रों की संख्या	5	15	10	7	8	5

13. If three cards are drawn from a pack of 52 cards, what is the chance that all will be kings?

यदि 52 पत्तों वाली गड्डी से तीन पत्ते निकाले जायें तो सभी के बादशाह होने की क्या सम्भावना है ?

14. From the following interpolate the missing figure:

x	50	55	60	65	70
y	80	95	-	108	115

निम्न से अज्ञात संख्या का आन्तारगणन करें :

x	50	55	60	65	70
y	80	95	-	108	115

### Section - C

खण्ड - C

( Long answer type questions )

( दीर्घ उत्तरीय प्रश्न )

Answer any three questions

किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दें।

15. If the sum of three numbers in G.P. is 28 and their product is 512, find the G.P.

यदि गुणोत्तर श्रेणी में तीन संख्याओं का योग 28 है और गुणनफल 512 है, तो गुणोत्तर श्रेणी ज्ञात करें।

16. Out of 7 men and 4 ladies, a committee of 5 is to be formed. In how many ways can this be done so as to include at least 3 ladies ?

7 पुरुषों और 4 महिलाओं से 5 की एक कमिटी बनानी है। कम से कम 3 महिलाओं को सम्मिलित कर कितने तरीकों से कमिटी बनायी जा सकती है ?

17. Out of a group of 50 students, 10 students can speak only Hindi and 15 can speak only English. How many students can speak Hindi and English both?

50 विद्यार्थियों के समूह में 10 केवल हिन्दी बोल सकते हैं और 15 केवल अंग्रेजी बोल सकते हैं। कितने विद्यार्थी हिन्दी और अंग्रेजी दोनों बोल सकते हैं ?

18. Calculate median :

Mid-value	15	25	35	45	55	65
Frequency	5	12	23	35	18	9

माध्यिका ज्ञात करें :

मध्य मूल्य	15	25	35	45	55	65
आवृत्ति	5	12	23	35	18	9

19. Find trend by least square method :

Year	2010	2011	2012	2013	2014
Value	34	50	67	75	85

न्यूनतम वर्ग विधि से उपनति ज्ञात करें :

वर्ष	2010	2011	2012	2013	2014
मूल्य	34	50	67	75	85

### Section - A Answer

1.  $\frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \dots, 5$

$$a = \frac{2}{3}, d = t_2 - t_1 = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}, t_n = 5$$

$$t_n = a + (n - 1)d$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{2}{3} + (n - 1)\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 5 - \frac{2}{3} = (n - 1)\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{13}{3} \times 3 = n - 1$$

$$\Rightarrow 13 + 1 = n$$

$$\Rightarrow n = 14$$

$\therefore$  14 th term is 5

2.  ${}^n P_4 = 12 \times {}^n P_2$

$$\Rightarrow {}^n P_4 \div {}^n P_2 = 12$$

$$\Rightarrow \frac{n!}{(n-4)!} \div \frac{n!}{(n-2)!} = 12$$

$$\Rightarrow \frac{n!}{(n-4)!} \times \frac{(n-2)!}{n!} = 12$$

$$\Rightarrow \frac{(n-2)(n-3)(n-4)!}{(n-4)!} = 12$$

$$\Rightarrow (n-2)(n-3) = 4 \times 3$$

$$n-2 = 4 \quad \text{or} \quad n-3 = 3$$

$$n = 4 + 2 \quad n = 3 + 3$$

$$n = 6 \quad n = 6$$

$\therefore n = 6$  Ans.

3.  $y = 5x^4 - 3x^3 + 3$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(5x^4 - 3x^3 + 3)$$

$$\Rightarrow \frac{5dx^4}{dx} - \frac{3dx^3}{dx} + \frac{d3}{dx}$$

$$\Rightarrow 5 \times 4x^{4-1} - 3 \times 3x^{3-1} + 0$$

$$\Rightarrow 20x^3 - 9x^2 \quad \text{Ans}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad I &= \int (x^3 - 5x + 8) dx \\
 &= \int x^3 dx - 5 \int x dx + \int 8 dx \\
 &= \frac{x^4}{4} - 5 \frac{x^2}{2} + 8x + c \quad \text{Ans.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad \text{G.M.} &= \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \dots x_n} \\
 &= \sqrt[3]{20 \times 40 \times 80} \\
 &= 40 \quad \text{Ans.}
 \end{aligned}$$

$$6. \quad P = \frac{1}{52} + \frac{1}{52} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26} \quad \text{Ans.}$$

$$\begin{aligned}
 7. \quad n(A) &= 20, n(B) = 30, n(A \cap B) = 10, n(A \cup B) = ? \\
 n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\
 &= 20 + 30 - 10 \\
 &= 50 - 10 \\
 &= 40 \quad \text{Ans.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow x \begin{vmatrix} x & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ x & 5 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & x \\ x & 2 \end{vmatrix} = 0 \\
 &\Rightarrow x(5x - 2) - 2(20 - x) + 3(8 - x^2) = 0 \\
 &\Rightarrow 5x^2 - 2x - 40 + 2x + 24 - 3x^2 = 0 \\
 &\Rightarrow 2x^2 - 16 = 0 \\
 &\Rightarrow 2x^2 = 16 \\
 &\Rightarrow x^2 = \frac{16}{2} \\
 &\therefore x = \sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2} \quad \text{Ans.}
 \end{aligned}$$

11.

$$\begin{aligned}
 3A - 2B &= 3 \begin{vmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 4 & -3 & 5 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & -9 & 2 \\ 4 & -3 & 5 \end{vmatrix} \\
 &= \begin{vmatrix} 3 & 9 & 27 \\ 12 & -9 & 15 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 8 & -18 & 4 \\ 8 & -6 & 10 \end{vmatrix} \\
 &= \begin{vmatrix} 3 & -8 & 9 - (-18) & 27 - 4 \\ 12 & -8 & -9 - (-6) & 15 - 10 \end{vmatrix} \\
 &= \begin{vmatrix} -5 & 27 & 23 \\ 4 & -3 & 5 \end{vmatrix} \quad \text{Ans.}
 \end{aligned}$$

12. Calculation of A.M.

**Section - B Answer**

$$\begin{aligned}
 8. \quad a &= 50 \quad d = 60 - 50 = 10 \quad n = 4 \times 12 = 48 \text{ months} \\
 S_n &= \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d] \\
 &= \frac{48}{2} [2 \times 50 + (48 - 1) \times 10] \\
 &= 24 [100 + 470] \\
 &= 24 \times 570 \\
 &= 13680 \quad \text{Ans.}
 \end{aligned}$$

9. NO. of letters in the word BANANA=6 In which 'A' occurs 3 times and 'N' occurs 2 times.

$$\begin{aligned}
 \text{So, no. of arrangement} &= \frac{n!}{P!Q!} \\
 &= \frac{6!}{3! \times 2!} \\
 &= \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2 \times 1} \\
 &= 60 \quad \text{Ans.}
 \end{aligned}$$

$$10. \quad \begin{vmatrix} x & 2 & 3 \\ 4 & x & 1 \\ x & 2 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

Marks (x)	No. of students(f)	fx
20	5	100
30	15	450
45	10	450
50	7	350
60	8	480
70	5	350
Total	$\Sigma f = 50$	$\Sigma fx = 2180$

$$\begin{aligned}
 \bar{x} &= \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} \\
 &= \frac{2180}{50} \\
 &= 43.6 \quad \text{Ans.}
 \end{aligned}$$

13. Total number of cards are = 52

The number of ways of selecting three card is :-

$$\begin{aligned}
 {}^{52}C_3 &= \frac{52!}{(52 - 3)! \times 3!} = \frac{52!}{49! \times 3!} \\
 &= \frac{52 \times 51 \times 50 \times 49!}{49! \times 3 \times 2 \times 1} \\
 &= 17 \times 26 \times 50 \\
 &= 22100 \\
 \therefore n(s) &= 22100
 \end{aligned}$$



Let A denote the event of drawing 3 kings, therefore.

$$\begin{aligned} n(A) &= {}^4C_3 = \frac{4!}{(4-3)! \times 3!} = \frac{4!}{1! \times 3!} \\ &= \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 3 \times 2 \times 1} \\ &= 4 \end{aligned}$$

Thus, probability of drawing 3 king is

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{4}{22100} = \frac{1}{5525} \text{ Ans.}$$

14.

x	y	
50	80	$y_0$
55	95	$y_1$
60	?	$y_2$
65	108	$y_3$
70	115	$y_4$

$$(y-1)^4$$

$$y_4 = {}^4y_3 + {}^6y_2 - {}^4y_1 - y_0 = 0$$

$$115 - 4 \times 108 + {}^6y_2 - 4 \times 95 + 80 = 0$$

$$115 - 432 + {}^6y_2 - 380 + 80 = 0$$

$$195 - 812 + {}^6y_2 = 0$$

$$-617 + {}^6y_2 = 0$$

$${}^6y_2 = 617 = y_2 = \frac{617}{6} = 102.8333$$

15. Let 3 nos. in GP are  $\frac{a}{r}$ ,  $a$ ,  $ar$

A.T.Q.

$$\frac{a}{r} \times a \times ar = 512$$

$$a^3 = 512 = 8^3$$

$$a = 8$$

Again,

$$\frac{a}{r} + a + ar = 28$$

$$\frac{8}{r} + 8 + 8r = 28$$

$$8 + 8r + 8r^2 = 28r$$

$$8r^2 + 8r - 28r + 8 = 0$$

$$8r^2 + 20r + 8 = 0$$

$$2r^2 - 5r + 2 = 0$$

$$2r^2 - 4r - r + 2 = 0$$

$$2r(r-2) - 1(r-2) = 0$$

$$(2r-1)(r-2) = 0$$

$$2r-1 = 0 \quad \text{or} \quad r-2 = 0$$

$$2r = 1 \quad r = 2$$

$$r = \frac{1}{2}$$

When  $r = \frac{1}{2}$  and  $a = 8$  then the nos. are 16, 8, 4

and when  $r = 2$  and  $a = 8$  then the nos. are 4, 8, 16

16. men lady No. of ways

$$2 \quad 3 \quad {}^7C_2 \times {}^4C_3$$

$$1 \quad 4 \quad {}^7C_1 \times {}^4C_4$$

Total no. of ways to form a committee

$$= {}^7C_2 \times {}^4C_3 + {}^7C_1 \times {}^4C_4$$

$$= \frac{7!}{2! \times 5!} \times \frac{4!}{3! \times 1!} + \frac{7!}{1! \times 6!} \times \frac{4!}{4! \times 0!}$$

$$= 91 \text{ Ans.}$$

$$17. n(H \cup E) = 50$$

$$n(H) - n(H \cap E) = 10, n(E) - n(H \cap E) = 15$$

$$n(H \cap E) = ?$$

$$n(H \cup E) = n(H) + n(E) - n(H \cap E)$$

$$50 = n(H) + 15$$

$$50 - 15 = n(H)$$

$$n(H) = 35$$

$$\therefore n(H) - n(H \cap E) = 10$$

$$-n(H \cap E) = 10 - n(H)$$

$$-n(H \cap E) = 10 - 35$$

$$n(H \cap E) = 25 \text{ Ans.}$$

18.

C.I.	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
f	5	12	23	35	18	9
c.f.	5	17	40	75	93	102

$$m = \frac{N}{2} \text{th term} = \frac{102}{2} = 51$$

$$\begin{aligned} \text{Median} &= l_1 + \frac{\frac{m-c}{f}}{\times i} \\ &= 40 + \frac{51-40}{35} \times 10 \\ &= 40 + \frac{11}{35} \times 10 \\ &= 40 + \frac{110}{35} \\ &= 40 + 3 \cdot 14 = 43 \cdot 14 \text{ Ans} \end{aligned}$$

$$= 62.2 + 12.7 \times 0$$

$$= 62.2$$

For 2013

$$y^1 = a + bx$$

$$= 62.2 + 12.7 \times 1$$

$$= 62.2 + 12.7$$

$$= 74.9$$

For 2014

$$y^1 = a + bx$$

$$= 62.2 + 12.7 \times 2$$

$$= 62.2 + 25.4$$

$$= 87.6$$

19.

Year	Value y	year 2012 x	x <sup>2</sup>	xy	Trend
2010	34	-2	4	-68	36.8
2011	50	-1	1	-50	49.5
2012	67	0	0	0	69.2
2013	75	1	1	75	74.3
2014	85	2	4	170	87.6
n = 5	Σy=311		Σx <sup>2</sup> =10	Σxy=127	Σy <sup>1</sup> =311

$$a = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{311}{5} = 62.2$$

$$b = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2} = \frac{127}{10} = 12.7$$

Working note :-

For 2010

$$y^1 = a + bx$$

$$= 62.2 + 12.7 \times -2$$

$$= 62.2 - 25.4$$

$$= 36.8$$

For 2011

$$y^1 = a + bx$$

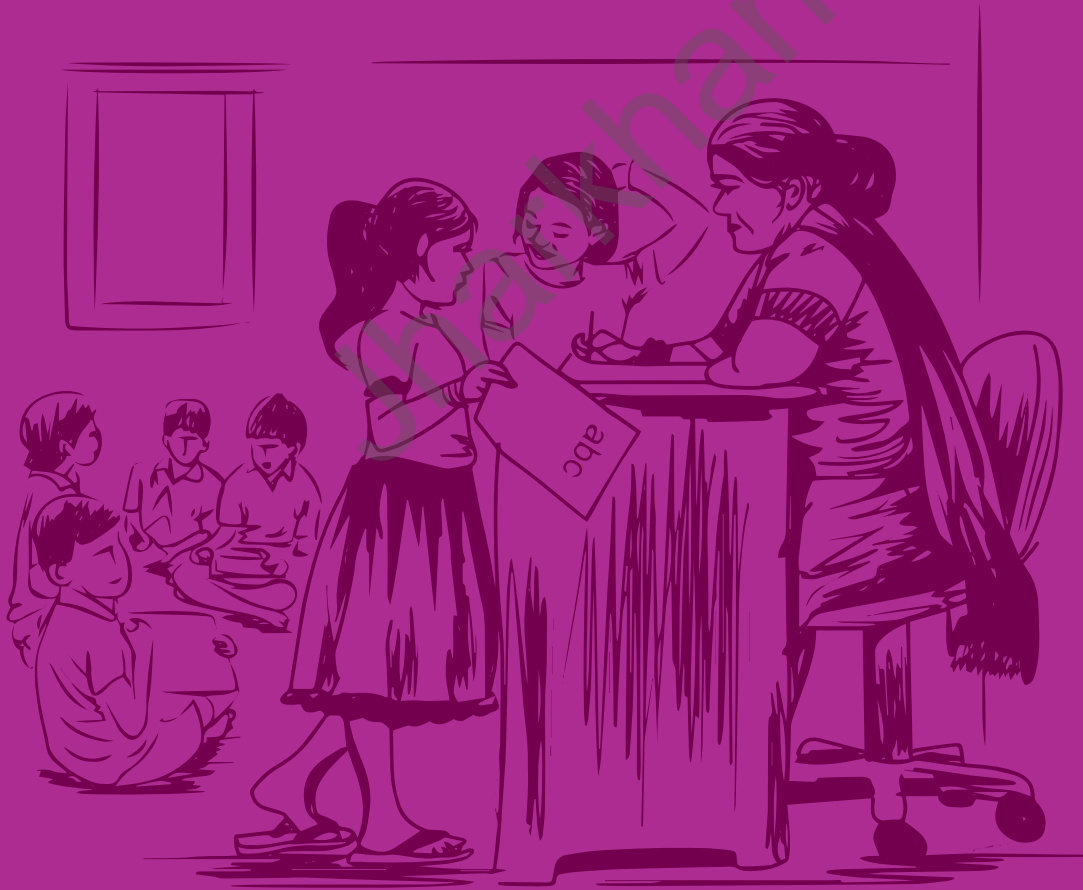
$$= 62.2 + 12.7 \times -1$$

$$= 62.2 - 12.7$$

$$= 49.5$$

For 2012

$$y^1 = a + bx$$



झारखण्ड शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्, राँची  
Jharkhand Council of Educational Research and Training, Ranchi